

## ЭЛЕКТРОННЫЕ СТРУКТУРА И СВОЙСТВА

PACS numbers: 07.50.Hp, 72.70.+m, 73.23.-b, 73.40.Rw, 74.25.fc, 74.45.+c, 74.78.Fk

### Электрический шум в мезоскопических структурах нормальный металл–изолятор–сверхпроводник

И. В. Бойло

*Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины,  
просп. Науки, 46,  
03680, ГСП, Киев, Украина*

В данной статье выполнены численные расчёты мощности электрического шума в мезоскопических структурах нормальный металл–изолятор–сверхпроводник. Изучено влияние температуры на величину токовых флуктуаций в туннельном контакте. Показано, что зависимость спектральной плотности шума от напряжения в низкочастотном пределе имеет два максимума. Первый соответствует энергетической щели сверхпроводника и отражает поведение проводимости туннельного контакта, а второй появляется при более высоких напряжениях в результате наложения теплового и дробового шумов.

У даній статті виконано чисельні розрахунки потужності електричного шуму в мезоскопічних структурах нормальний метал–ізолятор–надпровідник. Досліджено вплив температури на величину флуктуацій струму в тунельному контакті. Показано, що залежність спектральної густини шуму від напруги для низькочастотної границі має два максимуми. Перший відповідає енергетичній щілині надпровідника і відображає поведінку провідності тунельного контакту, а другий з'являється при більш високих напругах внаслідок накладання теплового та дробового шумів.

Numerical calculations of the electrical-noise power in mesoscopic normal metal–insulator–superconductor structures are performed. The influence of temperature on the value of current fluctuations in a tunnel junction is studied. As shown, the voltage dependence of the noise spectral density in the low-frequency limit has two maxima. The first one corresponds to the energy gap of the superconductor and reflects the behaviour of the tunnel-junction conductance, whereas the second one appears at higher voltages as a result of superposition of the thermal and shot noises.

**Ключевые слова:** тепловой и дробовой шумы, спектральная плотность шума, туннельный контакт, сверхпроводники.

(Получено 31 октября 2014 г.; окончат. вариант — 11 декабря 2014 г.)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В любой мезоскопической системе обязательно присутствуют два типа электрических флуктуаций: тепловой и дробовой шум. С практической точки зрения данные два вида токовых флуктуаций являются важным фактором, который определяет минимальный уровень шума в различных электронных приборах как коммуникационных, так и измерительных. Особый интерес представляют гетероструктуры, содержащие слои нормальных ( $N$ ) и сверхпроводящих ( $S$ ) металлов, их исследование имеет большое значение для дальнейшего развития микро- и наноэлектроники, значительная часть устройств которых основана на эффекте квантово-механического туннелирования сквозь классически запрещённую область [1]. При этом в шумовых характеристиках туннельных структур на основе сверхпроводящих металлов присутствуют особенности, которые возникают из-за наличия энергетической щели в плотности электронных состояний сверхпроводника.

Электрический шум в мезоскопической системе можно характеризовать корреляционной функцией  $S(t - t') = \langle \Delta I(t) \Delta I(t') \rangle$ , которая, в общем виде, зависит от поданного напряжения  $V$ , или её Фурье-образом  $S(V, \omega)$ . В данной работе анализируется низкочастотный предел  $S(V, \omega \rightarrow 0)$ . При этом спектральная плотность шума  $S(V)$  представляет собой сумму двух слагаемых  $S(V) = S_{\text{ther}}(V) + S_{\text{shot}}(V)$  [2]. Первое из которых — вклад равновесных флуктуаций, обусловленных тепловым движением носителей тока в данной структуре, имеет место в любой термодинамически равновесной системе даже при нулевых напряжениях  $V = 0$ . А второе появляется, когда носители электрического заряда случайным образом пересекают потенциальный барьер в туннельной структуре при конечном напряжении  $V \neq 0$ .

Происхождение теплового и дробового шумов обусловлено флуктуациями чисел заполнения состояний как в результате случайных тепловых флуктуаций (тепловой шум), так и по причине вероятностной природы квантово-механических отражений и прохождений как следствие дискретности заряда (дробовой шум). При ненулевых температурах тепловые флуктуации чисел заполнения, термодинамическое среднее которых определяется функцией Ферми  $f(\epsilon) = [1 + \exp(\epsilon/k_B T)]^{-1}$ , являются неизбежным источником шума, называемого тепловым или шумом Джонсона–Найквиста. В пределе нулевых температур такие флуктуации тока исчезают, но существует другой механизм флуктуаций чисел заполнения, который связан со случайным характером движения заряда через потенциальный барьер. Последний вид токовых флуктуаций — дробовой

шум — используют, чтобы получить дополнительную информацию о системе, которую нельзя извлечь из измерений проводимости  $G$  и теплового шума  $S_{\text{ther}}$ , непосредственно с ней связанного формулой Найквиста  $S_{\text{ther}} = 4k_B T G$ . Поэтому можно предположить, что тепловой шум в гетероструктуре нормальный металл–изолятор–сверхпроводник (NIS) будет иметь особенности, характерные для дифференциальной проводимости системы. Дробовой шум содержит другую информацию о системе, в частности, сведения об эффективном заряде, участвующем в токопереносе через туннельную структуру NIS.

## 2. МОДЕЛЬ

Чтобы описать физическую картину процессов токопереноса в туннельной гетероструктуре со сверхпроводником, используем простую модель [3], в основе которой лежит фейнмановский принцип суперпозиции амплитуд вероятностей альтернативных возможностей осуществления определённого события [4]. Аппроксимируем потенциал  $V_B(x)$  изолирующего слоя  $I$  одномерной дельта-функцией  $V_B(x) = H\delta(x)$ , где  $H$  — высота потенциального барьера для туннелирующих электронов; прозрачность такого барьера  $D(Z) = |t|^2 = (1 + Z^2)^{-1}$  — однозначная функция параметра  $Z = \int_0^d V_B(x) dx / (\hbar v_F)$ , где  $d$  — толщина диэлектрического слоя  $I$ ,  $v_F = \hbar k_F / m$  — фермиевская скорость электронов в обкладках туннельного перехода (предполагается одинаковой для двух металлов).

Отражение электрона в электрон (полная вероятность такого процесса  $xR^{ee}(\epsilon)$ ) и электрона в дырочное состояние (полная вероятность  $R^{eh}(\epsilon)$ ) может идти по разному сценарию. Простейший вариант возможных электронных траекторий, амплитуды вероятности которых надо суммировать, — это отражение налетающего слева электрона от потенциального барьера с амплитудой вероятности  $r^e = Z / (i - Z)$ . Если электрон протуннелировал сквозь диэлектрическую прослойку с амплитудой  $t^e = i / (i - Z)$ , тогда он может отразиться от границы со сверхпроводником и превратиться в дырку, которая отразится от барьера с амплитудой вероятности  $r^h = r^{e*} = -Z / (i + Z)$ . Все последующие варианты включают в себя дополнительные отражения от барьера и границы со сверхпроводником. Таким образом, имеется два типа таких отражений: в электронное состояние  $R_i^{ee}(\epsilon)$  и в дырочное состояние  $R_i^{eh}(\epsilon)$ . Полная вероятность пройти из нормального металлического электрода в сверхпроводящий  $D_i(\epsilon) = 1 + R_i^{eh}(\epsilon) - R_i^{ee}(\epsilon)$  позволяет рассчитывать шумовые характеристики туннельных структур на основе сверхпроводящих металлов.

### 3. РАСЧЁТ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим равновесные флуктуации тока — тепловой шум, связанный с проводимостью контакта формулой Найквиста  $S_{\text{ther}} = 4k_B T G$ . Дифференциальная проводимость  $G(V) = dI(V)/dV$  мезоскопической *NIS*-гетероструктуры определяется производной от функции распределения Ферми  $f(\epsilon) = [1 + \exp(\epsilon/k_B T)]^{-1}$  по напряжению  $V$  [5]. Тогда зависимость спектральной плотности теплового шума  $S_{\text{ther}}$  от температуры  $T$  и приложенного напряжения  $V$  с помощью  $D_i(\epsilon)$  можно определить как:

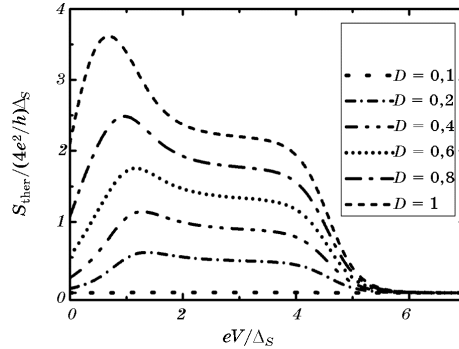
$$S_{\text{ther}}(V, T) = \frac{2e^2}{h} \sum_i \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon D_i(\epsilon) \cosh^{-2} \left( \frac{\epsilon - eV}{2k_B T} \right). \quad (1)$$

Тепловой шум, рассчитанный по формуле (1), зависит от напряжения следующим образом (рис. 1).

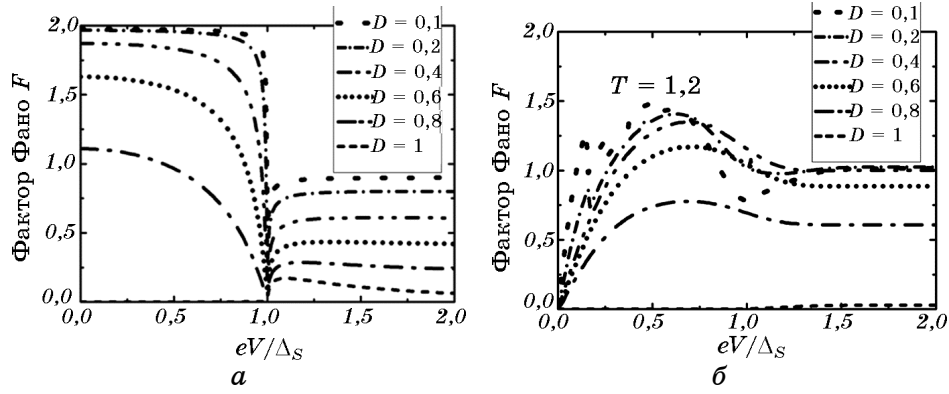
На рисунке 1 видно, что мощность теплового шума демонстрирует максимум в области энергий, близких к величине энергетической щели сверхпроводящего металла  $\Delta_S$ . Далее кривые  $S(V)$  выходят на плато и при более высоких напряжениях достаточно резко спадают до нуля.

Результаты расчётов дробового шума можно представить в виде зависимости фактора Фано  $F(V)$ , который является отношением дробового шума  $S_{\text{shot}}(V)$  в рассматриваемой гетероструктуре к пуассоновскому пределу  $S_P(V)$ , причём спектральная плотность дробового шума  $S_{\text{shot}}(V)$  в низкочастотном пределе определяется выражением:

$$S_{\text{shot}}(V) = \frac{4e^2}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ [1 - |R^{ee}(\epsilon)|^2] |R^{ee}(\epsilon)|^2 + |R^{eh}(\epsilon)|^2 [1 - |R^{eh}(\epsilon)|^2] \right\} d\epsilon$$



**Рис. 1.** Мощность теплового шума  $S_{\text{ther}}$  в единицах  $(4e^2/h)\Delta_S$  как функция напряжения  $V$ , приложенного к туннельным структурам *NIS* для различных прозрачностей барьера  $D$  при температуре  $T = 4,2$  К.



**Рис. 2.** Фактор Фано  $F$  как функция напряжения  $V$ , приложенного к туннельным контактам *NIS*, для различных значений прозрачности  $D$  изолирующего слоя  $I$  при температуре  $T = 0$  К (*а*) и  $T = 1,2$  К (*б*).

$$+ 2 |R^{ee}(\epsilon)|^2 |R^{eh}(\epsilon)|^2 \} (f(\epsilon - eV) - f(\epsilon))^2 d\epsilon. \quad (2)$$

Она квадратичным образом зависит от разности функций распределения  $f(\epsilon)$  в двух резервуарах.

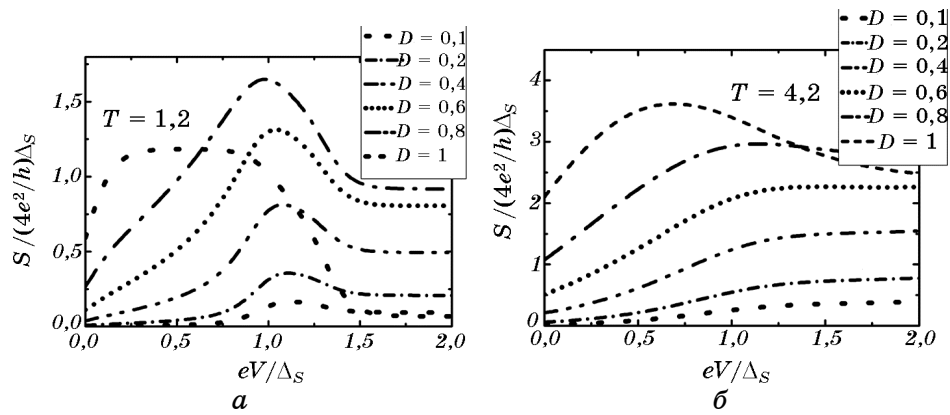
Характер зависимости фактора Фано  $F$  как функции напряжения  $V$  на контакте от температуры  $T$  представлен на рис. 2.

Рисунок 2 демонстрирует, что уже при малых температурах  $T = 1,2$  К особенность, характерная для кривых в районе энергетической щели сверхпроводящего металла  $\Delta_S$ , размывается вследствие температурной зависимости функций распределения электронных состояний в двух металлических электродах (см. формулу (2)).

Для полного электрического шума в *NIS*-системе  $S = S_{\text{ther}} + S_{\text{shot}}$ , где первое слагаемое описывает вклад тепловых флуктуаций, а второе происходит от дискретного характера носителей тока, получаются следующие зависимости (рис. 3).

На рисунке 3 шумовые характеристики туннельной структуры *NIS* демонстрируют пик в области энергетической щели  $\Delta_S$  сверхпроводящего металла при низких температурах, но эта особенность, типичная для сверхпроводящих структур, не видна уже при температурах  $T = 4,2$  К. Вклад от тепловых флуктуаций  $S_{\text{ther}}$  даёт ненулевое значение шума в отсутствие приложенного напряжения смещения  $V = 0$ . Далее наблюдается максимум в шумовых характеристиках, после чего мощность теплового шума уменьшается, а с ней и полный электрический шум в системе.

Напряжение  $V$ , ниже которого преобладают тепловые флуктуации, а выше которого большей мощностью обладает дробовой шум, определяется из равенства  $S_{\text{ther}} = S_{\text{shot}}$ , с учётом того, что  $S_{\text{ther}} =$

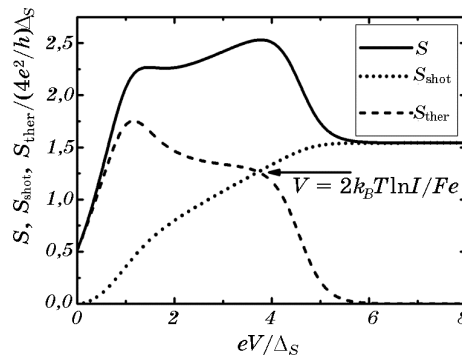


**Рис. 3** Зависимость от напряжения мощности электрического шума  $S$  в единицах  $(4e^2/h)\Delta_S$  для туннельных структур  $NIS$  как функция прозрачности барьера  $D$  при температуре  $T = 1,2$  К (а) и  $T = 4,2$  К (б).

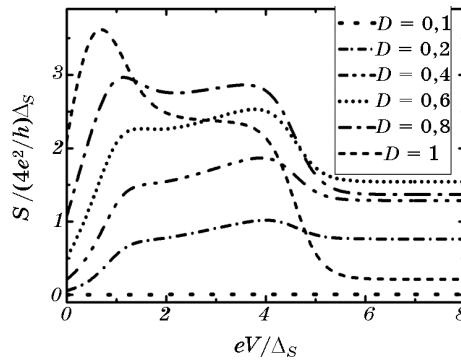
$= 4k_B T G$  и  $S_{\text{shot}} = F 2eI$ . Необходимо отметить, что фактор Фано  $F(V)$  и ток  $I(V)$  зависят от напряжения  $V$ ; тогда

$$V = \frac{2k_B T}{e} \int \frac{dI(V)}{I(V)F(V)}. \quad (3)$$

Таким образом, величина напряжения  $V$ , при котором пересекаются кривые  $S_{\text{shot}}(V)$  и  $S_{\text{ther}}(V)$ , определяется температурой контакта  $T$ , постоянной Больцмана  $k_B$ , зарядом электрона  $e$  и туннельными характеристиками  $I(V)$  и  $F(V)$  самого контакта. Температура, соответствующая данному напряжению, получается из (3) и определяется как



**Рис. 4.** Мощность электрического шума  $S$  (теплового  $S_{\text{ther}}$  и дробового  $S_{\text{shot}}$  шумов) в единицах  $(4e^2/h)\Delta_S$  как функция напряжения  $V$  для туннельных  $NIS$ -структур с прозрачностью барьера  $D = 0,6$  при температуре  $T = 4,2$  К.



**Рис. 5.** Мощность электрического шума  $S$  в единицах  $(4e^2/h)\Delta_S$  как функция напряжения  $V$  для туннельных структур NIS при различных значениях прозрачности барьера  $D$  и температуре  $T = 4,2$  К. Наблюдаются два максимума в спектральной плотности шума.

$$T = \frac{e}{2k_B} \frac{I(V)F(V)}{G(V)}. \tag{4}$$

В туннельном пределе  $F = 1$  и выражения (3) и (4) принимают вид  $V = 2k_B T \ln I(V)/e$  и  $T = eV/[2k_B \ln I(V)]$  соответственно.

На рисунке 4 показаны дробовой  $S_{\text{shot}}$  и тепловой  $S_{\text{ther}}$  шумы. При достаточно высоких напряжениях дробовой шум в контакте доминирует, тепловой шум обращается в нуль, и полный электрический шум представляет собой дробовой шум в системе.

Для различных значений прозрачности изолирующего слоя мощность электрического шума  $S(V)$  представлена на рис. 5.

Зависимость спектральной плотности шума  $S$  от приложенного напряжения  $V$  имеет два пика (см. рис. 5), первый из них, соответствующий величине энергетической щели сверхпроводника  $\Delta_S$ , отражает поведение теплового шума и проводимости туннельной структуры. Второй максимум в шумовых характеристиках является результатом наложения двух кривых — значительных тепловых флуктуаций тока  $S_{\text{ther}}$  и возросшего дробового шума  $S_{\text{shot}}$  при более высоких напряжениях.

Далее мощность теплового шума  $S_{\text{ther}}$  достаточно резко спадает до нуля, вместе с ней уменьшается полная мощность флуктуаций тока в туннельной структуре  $S$  и становится равной величине дробового шума  $S_{\text{shot}}$ .

#### 4. ВЫВОДЫ

Рассчитана спектральная плотность электрического шума, которая

включает в себя тепловой и дробовой шум в туннельной структуре нормальный металл–изолятор–сверхпроводник. С ростом прозрачности потенциального барьера для туннелирующих электронов флуктуации тока растут, кроме того, мощность шума возрастает с температурой. Показано, что шумовые характеристики туннельных контактов на основе сверхпроводящих металлов демонстрируют два максимума, первый из которых имеет место в области энергий, близких к значению энергетической щели сверхпроводника  $\Delta_S$ , и отражает характер проводимости гетероструктуры, а также поведение теплового шума. А второй наблюдается при более высоких напряжениях и является результатом наложения двух кривых — мощности теплового и дробового шумов.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—REFERENCES

1. S. Anders, M. G. Blamire, F.-Im. Buchholz, D.-G. Cr  t  , R. Cristiano, P. Febvre, L. Fritzsche, A. Herr, E. Il'ichev, J. Kohlmann, J. Kunert, H.-G. Meyer, J. Niemeyer, T. Orllepp, H. Rogalla, T. Schurig, M. Siegel, R. Stolz, E. Tarte, H. J. M. ter Brake, H. Toepfer, J.-C. Villegier, A. M. Zagoskin, and A. B. Zorin, *Physica C: Superconductivity*, **470**, Nos. 23–24: 2079 (2010).
2. Ya. M. Blanter and M. Buttiker, *Physics Reports*, **336**, Nos. 1–2: 1 (2000).
3. M. Belogolovskii, M. Grajcar, P. K  s, A. Plecenik, S. Be  a  ka, and P. Seidel, *Phys. Rev. B*, **59**, No. 14: 9617 (1999).
4. R. P. Feynman and A. R. Hibbs, *Kvantovaya Mekhanika i Integraly po Traektoriyam [Quantum Mechanics and Path Integrals]* (Moscow: Mir: 1968) (Russian translation).
5. H. Courtois, P. Charlat, Ph. Gandit, D. Mailly, and B. Pannetier, *J. Low Temp. Phys.*, **116**, Nos. 3/4: 187 (1999).