

PHYSICS OF STRENGTH AND PLASTICITY

PACS numbers: 05.70.Ln, 46.35.+z, 62.20.F-, 62.20.fq, 62.30.+d, 81.40.Lm, 83.10.Gr

Упругопластический инвариант как универсальная закономерность деформации

Л. Б. Зуев, С. А. Баранникова, Ю. В. Ли

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,
просп. Академический, 2/4,
634055 Томск, Россия*

Методами статистического анализа результатов экспериментов, проведённых на металлах, щелочно-галоидных кристаллах и горных породах, показано, что данные о величине упругопластического инварианта деформации — величины, объединяющей характеристики упругой деформации и пластического течения твёрдых тел различной природы, — подчиняются нормальному распределению и не имеют тенденции к изменению в зависимости от каких-либо материальных характеристик.

Ключевые слова: локализация пластической деформации, упругопластический инвариант, автоволны, самоорганизация, спекл-фотография.

Методами статистичної аналізи результатів експериментів, проведених на металах, лужно-галоїдних кристалах і гірських породах, показано, що дані про величину пружньо-пластичного інваріанту деформації, — величини, яка об'єднує характеристики пружньої деформації та пластичної течії твердих тіл різної природи, — підкоряються нормальному розподілу і не мають тенденції до зміни, залежно від будь-яких матеріальних характеристик.

Ключові слова: локалізація пластичної деформації, пружньо-пластичний інваріант деформації, автохвилі, самоорганізація, спекл-фотографія.

Corresponding author: Lev Borisovich Zuev
E-mail: lbz@ispms.tsc.ru

*Institute of Strength Physics and Materials Science, Siberian Branch of R.A.S.,
2/4 Akademicheskii Ave., Tomsk, 634021, Russia*

Citation: L. B. Zuev, S. A. Barannikova, and Yu. V. Li, Elastoplastic Invariant as a Universal Regularity of Deformation, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, 41, No. 2: 193–201 (2019) (in Russian), DOI: [10.15407/mfint.41.02.0193](https://doi.org/10.15407/mfint.41.02.0193).

The data on the magnitude of the elastoplastic invariant of deformation as a quantity, which unites the characteristics of elastic deformation and plastic flow of solids of various natures, obey a normal distribution and do not have the tendency to change depending on any material characteristics. These results are obtained by methods of statistical analysis of the data of experiments carried out on metals, alkali-halide crystals, and rocks.

Key words: localization of plastic deformation, elastoplastic invariant, auto-waves, self-organization, speckle photography.

(Получено 6 июня 2018 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

В наших работах (см., например, [1, 2]) установлено, что пластически деформируемая среда на всех стадиях деформационного процесса самопроизвольно расслаивается на активно деформирующиеся и недеформирующиеся в данный момент объёмы. Расслоение может рассматриваться как процесс самоорганизации деформируемой среды [3], то есть структурообразования при пластическом течении [4]. Наличие расслоения равнозначно указанию на то, что пластическая деформация на макроскопическом масштабном уровне развивается локализовано. Локализация реализуется в форме автоволновых процессов, которые спонтанно генерируются на каждой стадии деформации [5]. Наблюдаемые картины расслоения — паттерны макролокализации — являются проекциями автоволн пластического течения на поверхность образцов [1, 2]. Форма паттернов однозначно определяется действующим на разных стадиях пластического течения законом деформационного упрочнения, то есть, зависимостью коэффициента деформационного упрочнения от деформации $\theta(\varepsilon)$. Введение понятий о паттернах и автоволнах локализованного пластического течения оказалось полезным для понимания природы физических процессов, определяющих развитие пластичности [1, 2, 5].

Экспериментально автоволны локализации пластического течения наблюдались с помощью методики спекл-фотографии [6], позволяющей экспериментально определять поле векторов смещения в деформируемом образце и визуализировать паттерны локализованного пластического течения. Паттерны во время деформации закономерным образом меняют свою конфигурацию. Так, например, на стадиях лёгкого скольжения и линейного деформационного упрочнения, на которых $\sigma \propto \varepsilon$ и $\theta = \text{const}$, вдоль оси образца с постоянной скоростью синхронно движется эквидистантная совокупность зон локализации пластической деформации. Подобная картина, показанная на рис. 1, а, отвечает фазовой автоволне локализованной пластичности.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Фазовые автоволны локализованного пластического течения количественно характеризуются длиной и скоростью распространения. Как показано на рис. 1, б, следя за синхронными смещениями максимумов локальной деформации x со временем t , можно измерить длину автоволны λ и период колебаний T , а по этим данным вычислить скорость $V_{aw} = \lambda/T$.

Одна из наиболее интересных закономерностей, связанных с распространением фазовых автоволн локализованной пластичности, состоит в том, что для разных материалов выполняется отношение

$$\lambda V_{aw} / (\chi V_t) \approx \text{const} \leq 1, \quad (1)$$

в котором χ — межплоскостное расстояние, а V_t — скорость распространения поперечных ультразвуковых колебаний, определяемая для соответствующих материалов по справочной литературе. Чтобы проверить универсальность отношения (1), были статистически проанализированы данные о величине отношения $\lambda V_{aw} / \chi V_t$, полу-

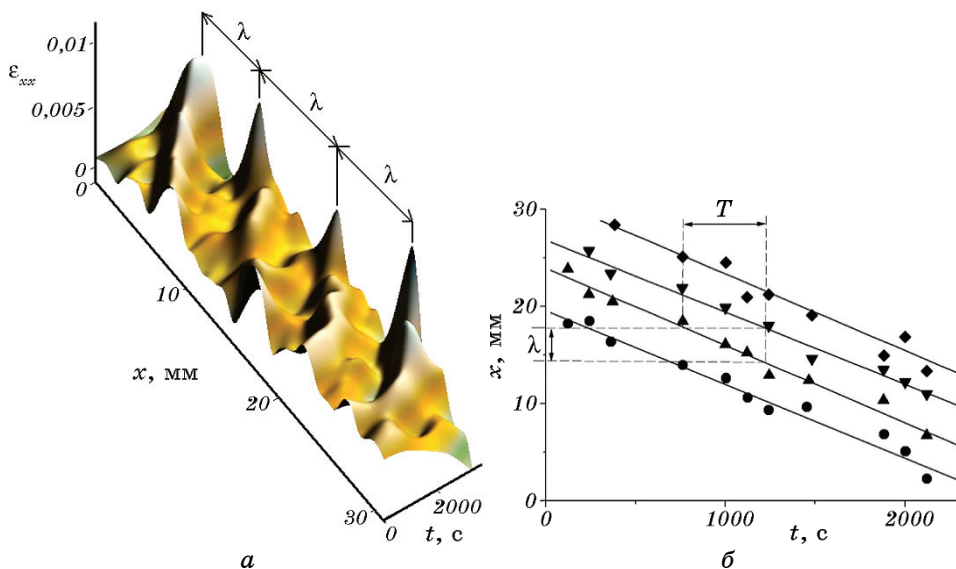


Рис. 1. Паттерн локализованной пластичности для монокристалла стали Гадфильда ориентации [111] (а); к определению длины и периода автоволны по зависимостям $x(t)$ (б).

Fig. 1. The pattern of localized plasticity for a single crystal of Hadfield steel with orientation [111] (a); to determination of length and period of autowaves from the dependences $x(t)$ (b).

ченные нами в разное время при исследованиях локализованного пластического течения для случаев: линейного деформационного упрочнения и лёгкого скольжения в моно- и поликристаллах металлов, деформации фазового превращения в интерметаллиде NiTi, деформации сжатия щелочно-галогидных кристаллов (KCl, NaCl, LiF), деформации сжатия горных пород, ползучести поликристаллического алюминия, деформации, реализующейся за счёт движения индивидуальных дислокаций в монокристаллах Zn, CsI, NaCl, KCl, LiF [7]. В последнем случае вместо длины автоволны локализованной деформации использовалась длина дислокационного пробега.

Таким образом, экспериментальными исследованиями были охвачены моно- и поликристаллические материалы, деформирующиеся скольжением дислокаций, двойникованием (γ -Fe, мрамор), фазовым превращением (никелид титана) и зернограничными процессами (песчаник). Можно ожидать, что полученные данные об отношениях $\lambda V_{aw}/\chi V_t$ будут достаточно общими.

На диаграммах деформации $\sigma(\varepsilon)$ всех исследованных материалов имеются участки линейного деформационного упрочнения, на ко-

ТАБЛИЦА 1а. Сравнение произведений χV_t и λV_{aw} для металлов (стадия линейного деформационного упрочнения).

TABLE 1a. Comparison of products χV_t and λV_{aw} for metals (linear work hardening stage).

$\times 10^7$ $\text{м}^2/\text{с}$	Стадия линейного деформационного упрочнения																				
	Cu	Zn	Al _{fg}	Al _{cg}	Zr	Ti	V	Nb	α -Fe	γ -Fe	Ni	Co	Mo	Sn	Mg	Cd	In	Pb	Ta	Hf	NiTi
λV_{aw}	3,6	3,7	2,6	3,1	3,7	2,5	2,8	1,8	2,55	2,2	2,1	3,0	1,2	2,4	9,9	0,9	2,6	3,2	1,1	1,0	1,0
χV_t	4,8	11,9	5,1	6,2	11,9	7,9	6,2	5,3	4,7	6,5	6,0	6,0	7,4	5,3	15,8	3,5	2,7	2,0	4,7	4,2	3,8
\hat{Z}	0,75	0,3	0,5	0,5	0,3	0,3	0,45	0,3	0,54	0,34	0,35	0,5	0,2	0,65	0,63	0,2	0,96	1,3	0,2	0,25	0,26

ТАБЛИЦА 1б. Сравнение произведений χV_t и λV_{aw} для металлов (стадии лёгкого скольжения и ползучести).

TABLE 1b. Comparison of products χV_t and λV_{aw} for metals (stages of easy glide and creep).

$\times 10^7$ $\text{м}^2/\text{с}$	Стадия лёгкого скольжения						Ползучесть Al
	α -Fe	γ -Fe	Cu	Zn	Ni	Sn	
λV_{aw}	7,4	2,9	1,9	1,0	1,3	3,3	0,56
χV_t	6,5	6,0	4,7	5,0	6,0	4,9	1,1
\hat{Z}	1,1	0,5	0,4	0,2	0,2	0,7	0,5

ТАБЛИЦА 2. Сравнение произведений χV_t и λV_{aw} для щелочно-галогидных кристаллов [4] и горных пород [5].**TABLE 2.** Comparison of products χV_t and λV_{aw} for alkali-halide crystals [4] and rocks [5].

$\times 10^7 \text{ м}^2/\text{с}$	KCl	NaCl	LiF	Мрамор	Песчаник
λV_{aw}	3,0	3,1	4,3	1,75	0,6
χV_t	7,0	7,5	8,8	3,7	1,5
\bar{Z}	0,4	0,4	0,5	0,5	0,4

ТАБЛИЦА 3. Сравнение произведений χV_t и λV_{disl} , определённых при измерении пробегов индивидуальных дислокаций в монокристаллах.**TABLE 3.** Comparison of products χV_t and λV_{disl} determined by measuring the ranges of individual dislocations paths in single crystals.

$\times 10^7 \text{ м}^2/\text{с}$	NaCl [7]	LiF [8]	CsI [9]	KCl [10]	Zn [11]
λV_{disl}	4,1	4,1	1,9	4,1	1,8
χV_t	7,3	8,6	4,0	6,8	4,0
\bar{Z}	0,6	0,5	0,5	0,6	0,45

торых регистрировались фазовые автоволны локализованного пластического течения. Сводка использованных при оценке отношения $\lambda V_{aw}/\chi V_t$ данных приведена в табл. 1–3. Для 38 исследованных материалов были установлены частные значения \bar{Z} отношения $(\lambda V_{aw}/\chi V_t)_i$, найдены его среднее значение $\langle \lambda V_{aw}/\chi V_t \rangle$, дисперсия σ^2 и вычислена средняя квадратичная ошибка среднего результата $\pm(\sigma^2/n)^{1/2}$ [8]. Как следует из табл. 1–3, $0,2 < \bar{Z} < 1,3$.

3. ОБРАБОТКА И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ экспериментальных данных в табл. 1–3 показал, что

$$\left\langle \frac{\lambda V_{aw}}{\chi V_t} \right\rangle = \left\langle \frac{\lambda / \chi}{V_t / V_{aw}} \right\rangle = \langle \bar{Z} \rangle, \quad (2)$$

где $\langle \bar{Z} \rangle_{n=38} = 0,48 \pm 0,04$. Соотношение (2), названное упругопластическим инвариантом деформации, количественно связывает характеристики упругих волн (χ и V_t) с характеристиками автоволн локализации пластического течения (λ и V_{aw}), объединяя тем самым упругую ($\varepsilon \ll 1$) и пластическую ($\varepsilon \approx 1$) деформации, одновременно

развивающиеся в твёрдом теле. Можно сказать, что произведение χV_t характеризует перераспределение упругих напряжений со скоростью V_t , а произведение λV_{aw} выполняет ту же роль для перестройки объёмов локализованного пластического течения со скоростью V_{aw} .

Для интерпретации природы соотношения (2) принципиален вопрос о законе распределения экспериментально полученной выборки величины \bar{Z} в ряду исследованных материалов. Для его разрешения в качестве гипотезы принято, что величины \bar{Z} распределены по нормальному закону, то есть, корреляции их хода в экспериментально установленных пределах с поведением какой-либо характеристики материала нет. Гипотеза о нормальности распределения проверялась графическим методом [8], для чего данные табл. 1–3 были преобразованы в вариационный ряд $\bar{Z}_1 < \bar{Z}_2 < \dots < \bar{Z}_i < \dots < \bar{Z}_{n=38}$. Его члены служат аргументами для отыскания численных значений квантилей нормального распределения $-\infty < Q < \infty$, соответствующих величинам $i/(n+1)$. Распределение является нормальным, если Q линейно по \bar{Z} .

Как следует из рисунка 2, а, зависимость $Q(\bar{Z})$ в координатах $Q - \bar{Z}$, действительно имеет линейный характер, который, однако, нарушается для индия и свинца ($\bar{Z}_{In} = 0,96$ и $\bar{Z}_{Pb} = 1,3$). Для оценки возможности отнести эти значения к промахам и исключить их из дальнейших расчётов был применён статистический анализ с использованием критериев [8]

$$v_n = \frac{|\langle \bar{Z} \rangle - \bar{Z}_{In}|}{\sqrt{\sigma^2}} = 1,92 \text{ и } v_n = \frac{|\langle \bar{Z} \rangle - \bar{Z}_{Pb}|}{\sqrt{\sigma^2}} = 3,28, \quad (3)$$

где $\bar{Z}_{In} = 0,96$ и $\bar{Z}_{Pb} = 1,3$ максимальные для исследуемой выборки значения. На возможность исключения данных из дальнейшего анализа указывает невыполнение неравенства $v_n < v_{max}$. Из справочных таблиц, приведённых в [8], следует, что лишь для свинца $v_n > v_{max} = 3,259$, так что только значение $\bar{Z}_{Pb} = 1,3$ можно исключить из выборки, как это показано на рис. 2, б.

После исключения промаха $\bar{Z}_{Pb} = 1,3$ новое среднее значение инварианта составит $\langle \bar{Z} \rangle_{n=37} = 0,45 \pm 0,04$ при коэффициенте корреляции величин Q и $\bar{Z} \sim 0,98 \approx 1$. По-видимому, с учётом достигаемой в экспериментах точности, следует принять, что $\langle \bar{Z} \rangle_{n=38} \approx \langle \bar{Z} \rangle_{37} \approx \langle \bar{Z} \rangle \approx 0,5$. Проведённый анализ подтвердил, что изменения величины упругопластического инварианта в пределах $0,2 < \bar{Z} < 1,3$ связаны только с экспериментальными погрешностями.

Это означает, что упругопластический инвариант деформации есть правило, универсально пригодное для описания процессов пластического течения материалов независимо от их природы и мик-

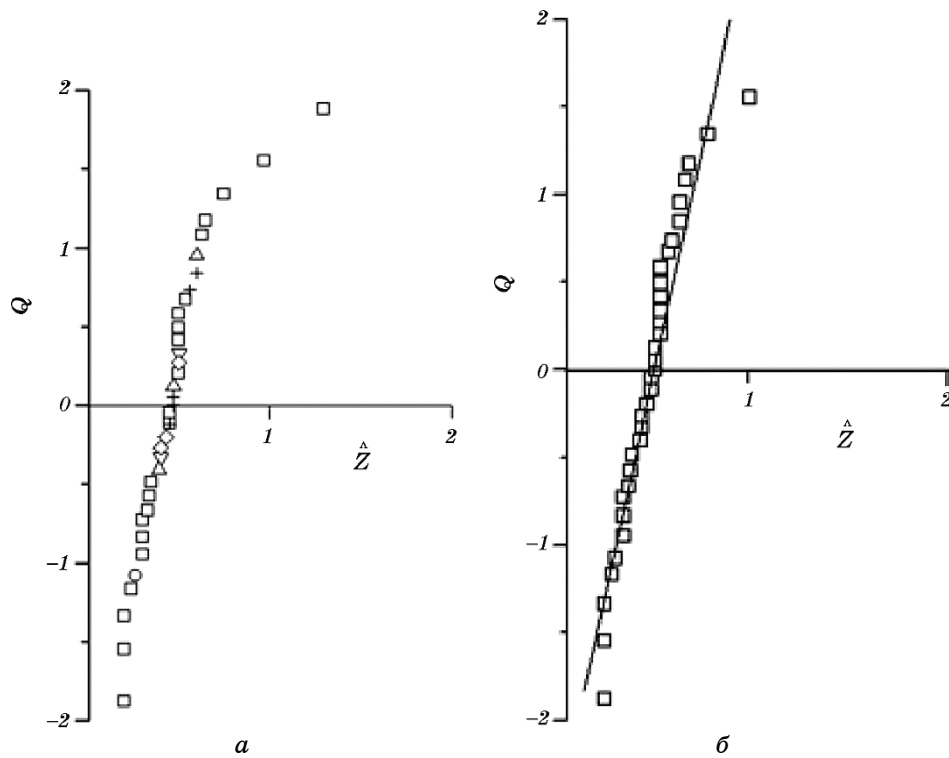


Рис. 2. Зависимость $Q(\hat{Z})$, построенная до (а) и после (б) исключения промаха для свинца: \square — металлы (стадия линейного деформационного упрочнения); Δ — металлы (стадия лёгкого скольжения); \diamond — KCl, NaCl, LiF; + — Zn, CsI, NaCl, KCl, LiF (измерение пробегов дислокаций); ∇ — мрамор, песчаник; \circ — NiTi.

Fig. 2. The dependence $Q(\hat{Z})$, constructed before (a) and after (b) excluding the miss for lead: \square — metals (linear work hardening stage); Δ — metals (ease glide stage); \diamond — KCl, NaCl, LiF; + — Zn, CsI, NaCl, KCl, LiF (path of dislocations); ∇ — marble, sandstone; \circ — NiTi.

ромеханизмов пластичности. Для уточнения физического смысла инварианта (2) примем во внимание, что скорость звука $V_t \approx \chi f_D$, где f_D — дебаевская частота. В таком случае $\chi V_t \approx \chi^2 f_D$ и, используя известное соотношение $h f_D \approx k_B \theta_D$, в котором k_B — постоянная Больцмана, h — постоянная Планка, а θ_D — дебаевский параметр (температура Дебая) [9], получаем $V_t \approx (\chi k_B \theta_D)/h$. В таком случае можно от уравнения (2) перейти к уравнению

$$\lambda V_{aw} = \hat{Z} \chi V_t \approx \hat{Z} \chi^2 f_D \approx \hat{Z} \frac{\chi^2 k_B \theta_D}{h} \approx 10^{10} (\chi^2 \theta_D), \quad (4)$$

ТАБЛИЦА 4. К оценке параметра пластичности λV_{aw} по решёточным характеристикам деформируемых материалов.

TABLE 4. To the estimation of the plasticity parameter λV_{aw} for the lattice characteristics of deformable materials.

Металл	$\chi \cdot 10^{10}$ м	θ_D , К	$(\lambda V_{aw})^{(calc)} \cdot 10^7$ м ² /с	$(\lambda V_{aw})^{(exp)} \cdot 10^7$ м ² /с	$(\lambda V_{aw})^{(calc)}/(\lambda V_{aw})^{(exp)}$
Ni	2,03	375	1,6	2,1	0,8
Cu	2,08	315	1,4	3,6	0,4
Al	2,33	394	2,2	2,6	0,8
Mo	2,22	380	1,9	1,2	1,6
Co	2,18	385	1,9	1,3	1,5
Sn	3,75	170	2,5	2,4	1,0
α -Fe	2,02	420	1,8	2,55	0,7
In	2,72	129	0,95	2,6	0,4
Zn	2,077	234	1,0	3,7	0,3
Cd	2,34	120	0,65	0,9	0,7
Mg	2.45	318	1,9	9,9	0,2

где $\widehat{Z}(k_B/h) = \text{const} \approx 10^{10}$. Соотношение (4) позволяет оценивать значения λV_{aw} непосредственно по известным решёточным характеристикам среды χ и θ_D . Результаты таких расчётов, приведённые в табл. 4, показывают, что формула (4) правильно предсказывает порядок величины произведения λV_{aw} .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как было показано в работе [10], упругопластический инвариант деформации может рассматриваться как основное уравнение автоволновой теории пластичности твёрдых тел. В этом качестве он порождает ряд следствий, которые объясняют закономерности развития локализованного пластического течения и устанавливают связь автоволновой теории пластичности с теорией дислокаций. Кроме того, поскольку дебаевский параметр есть функция температуры $\theta_D(T)$ [9], формула (4), в принципе, применима для предсказания вида температурной зависимости характеристик пластичности λV_{aw} .

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. L. B. Zuev, V. I. Danilov, S. A. Barannikova, and I. Y. Zykov, *Appl. Phys. A*, **71**: 91 (2000).
2. S. A. Barannikova, A. V. Ponomareva, L. B. Zuev, Yu. Kh. Vekilov, and I. A. Abrikosov, *Solid State Commun.*, **152**: 784 (2012).
3. Г. Хакен, *Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам* (Москва: Мир: 2014).
4. A. Seeger and W. Frank, *Non-Linear Phenomena in Materials Science* (New York: Trans. Tech. Publ.: 1987).
5. Л. Б. Зуев, *Известия РАН. Сер. физич.*, **78**: 1206 (2014).
6. E. Kayahan, H. Oktem, F. Hacizade, H. Nasibov, and O. Gundoglu, *Tribology Int.*, **43**: 307 (2010).
7. Т. Судзуки, Х. Ёсинага, С. Такеути, *Динамика дислокаций и пластичность* (Москва: Мир: 1989) (пер. с япон.).
8. М. Н. Степнов, *Вероятностные методы оценки характеристик механических свойств материалов* (Новосибирск: Наука: 2005).
9. R. E. Newnham, *Properties of Materials* (Oxford: University Press: 2005).
10. Л. Б. Зуев, *Физ. мет. металловед.*, **118**: 851 (2017).

REFERENCES

1. L. B. Zuev, V. I. Danilov, S. A. Barannikova, and I. Y. Zykov, *Appl. Phys. A*, **71**: 91 (2000).
2. S. A. Barannikova, A. V. Ponomareva, L. B. Zuev, Yu. Kh. Vekilov, and I. A. Abrikosov, *Solid State Commun.*, **152**: 784 (2012).
3. H. Haken, *Informatsiya i Samoorganizatsiya. Makroskopicheskiy Podkhod k Slozhnym Sistemam* [Information and Self-Organization: A Macroscopic Approach to Complex Systems] (Moscow: Mir: 2014) (Russian translation).
4. A. Seeger and W. Frank, *Non-Linear Phenomena in Materials Science* (New York: Trans. Tech. Publ.: 1987).
5. L. B. Zuev, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, **78**: 957 (2014).
6. E. Kayahan, H. Oktem, F. Hacizade, H. Nasibov, and O. Gundoglu, *Tribology Int.*, **43**: 307 (2010).
7. T. Suzuki, H. Yoshinaga, and S. Takeuchi, *Dinamika Dislokatsiy i Plastichnost'* [Dislocation Dynamics and Plasticity] (Moscow: Mir: 1989) (Russian translation).
8. M. N. Stepnov, *Veroyatnostnye Metody Otsenki Kharakteristik Mekhanicheskikh Svoystv Materialov* [Probabilistic Methods for Evaluating the Characteristics of the Mechanical Properties of Materials] (Novosibirsk: Nauka: 2005) (in Russian).
9. R. E. Newnham, *Properties of Materials* (Oxford: University Press: 2005).
10. L. B. Zuev, *Phys. Metals Metallogr.*, **118**: 810 (2017).