

PACS numbers: 07.60.Ly, 41.50.+h, 42.30.Ms, 61.05.cp, 61.72.Dd, 87.59.-e

Анализ рентгеновских муаровых изображений деформированных кристаллов по радиальным распределениям энергетического спектра Фурье

С. В. Баловсяк, С. Н. Новиков, И. М. Фодчук, И. В. Яремчук

*Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича,
ул. Коцюбинского, 2,
58012 Черновцы, Украина*

Исследовано влияние величины равномерно распределённых локальных сосредоточенных сил, действующих на исходную поверхность анализатора LLL-интерферометра, на формирование муаровой картины. Показана зависимость распределения интенсивности энергетического спектра Фурье муарового изображения от величины сосредоточенных сил. Установлена зависимость между величиной локальных сил и средней радиальной пространственной частотой радиального распределения для энергетического спектра муарового изображения, что позволяет вычислять значения остаточных деформаций кристаллов на основе экспериментальных муаровых изображений.

Ключевые слова: LLL-интерферометр, муаровые полосы, сосредоточенная сила, деформационное поле, энергетический спектр Фурье.

Досліджено вплив величини рівномірно розподілених локальних зосереджених сил, які діють на вихідну поверхню аналізатора LLL-інтерферометра, на формування муарової картини. Показано залежність розподілу інтенсивності енергетичного спектру Фур'є муарового зображення від величини зосереджених сил. Встановлено залежність між величиною лока-

Corresponding author: Igor Mykhaylovych Fodchuk
E-mail: ifodchuk@ukr.net

*Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University,
2 Kotsyubynsky Str., UA-58012 Chernivtsi, Ukraine*

Citation: S. V. Balovsyak, S. M. Novikov, I. M. Fodchuk, and I. V. Yaremchuk, Analysis of Moiré X-Ray Images of Deformed Crystals Using Radial Distribution of the Fourier Energy Spectrum, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **41**, No. 3: 389–402 (2019) (in Russian), DOI: [10.15407/mfint.41.03.0389](https://doi.org/10.15407/mfint.41.03.0389).

льних сил та середньою радіальною просторовою частотою радіального розподілу для енергетичного спектру муарового зображення, що дозволяє обчислювати значення залишкових деформацій у кристалах на основі експериментальних муарових зображень.

Ключові слова: LLL-інтерферометр, муарові смуги, зосереджена сила, деформаційне поле, енергетичний спектр Фур'є.

The influence of the magnitude of evenly distributed local concentrated forces, which act on the entrance surface of LLL-interferometer analyzer, on the formation of moiré pattern is investigated. The dependence of the intensity distribution of the Fourier energy spectrum of the moiré pattern on the magnitude of the concentrated forces is shown. The dependence between the magnitude of local forces and the average radial spatial frequency of radial distribution for the energy spectrum of moiré pattern is established, which allows us to calculate the values of deformations of crystals on the basis of experimental moiré pattern.

Key words: LLL-interferometer, moiré stripes, concentrated force, deformation field, Fourier energy spectrum.

(Получено 11 октября 2018 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Перспектива применения метода рентгеновского муара для исследования кристаллов состоит в его высокой чувствительности к малым деформациям кристаллической решетки [1–18]. На практике точность определения величины дилатации решетки (изменения межплоскостного расстояния Δa) составляет $\approx 10^{-8}$ Å, а точность определения поворота кристаллографических плоскостей — $\approx 0,01''$ [6].

Интерференция двух когерентных рентгеновских волн в кристалле-анализаторе как линза увеличивает в разы, по сравнению с топографическим изображением, область слабых деформационных полей, вследствие формирования характерной с переменным периодом дугообразной (эллипсообразной) системы муаровых темно-светлых по контрасту полос [9].

На формирование муаровой картины, как правило, влияет много факторов — макро- и микродеформационные поля, обусловленные структурным несовершенством и неоднородностью кристаллических блоков интерферометра, а также отклонениями их геометрических характеристик (нарушение плоскопараллельности пластин, их кристаллографической разориентации и др.) [1]. Это приводит к неоднозначности в трактовке муаровых изображений деформационных полей от отдельных дефектов и их комплексов. Причиной этого также является, так называемая, фазовая проблема, которая

возникает при интерференции когерентных пучков рентгеновских лучей, которые проходят сквозь разные структурно искаженные области кристалла [12].

Следовательно, поиск новых методов анализа муаровых картин и установления механизмов формирования муаровых распределений интенсивности имеет важное значение, поскольку позволяет избегать ошибочных толкований сложных интерференционных картин и значительно облегчает определение действующих остаточных источников деформаций [1, 10–17].

В данной работе представлены новые подходы к анализу экспериментальных муаровых картин, полученных с помощью LLL-интерферометра, вследствие действия сосредоточенных сил на исходную поверхность кристалла-анализатора. Рассмотрены новые возможности повышения степени однозначности и точности определения деформаций в кристалле при анализе муаровых распределений интенсивности с помощью метода энергетического спектра Фурье [19–22]. Установлена взаимосвязь между изменениями периодов муаровой картины и суммарным значением локальных сосредоточенных сил, действующих на исходную пластину интерферометра.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В общем случае фаза дифрагированного интерференционного пучка связана с фазой структурной амплитуды брэгговских отражений. Если атомные плоскости деформированы, то эффективная фаза структурной амплитуды локально модифицируется. Когда такая дифрагированная волна в кристалле интерферирует с другой, то локальные изменения интенсивности наблюдаются вдоль сечения пучка. Полученное изображение является топографической картиной распределения локальных искажений решетки [4, 18]. Изменение фазы на π повторяет максимальное изменение интенсивности и является результатом изменения периода решетки d_{hkl} [8].

Развитие динамической теории рентгеновских волн в настоящее время позволяет провести необходимые численные моделирования муаровых картин с заданным полем деформаций [6, 15, 16]. При таком подходе к анализу экспериментальных муаровых картин, можно получить необходимую количественную информацию об источниках и распределении остаточных или действующих деформаций, а также о характере их возможного взаимодействия [17].

В работах [14–17] проведен теоретический анализ влияния на формирование муаровой картины величины локальных сосредоточенных сил, действующих параллельно вектору дифракции \mathbf{H} на исходную поверхность анализатора LLL-интерферометра (рис. 1).

В настоящей работе для исследования механизмов формирования муаровых картин использованы соотношения, приведенные в

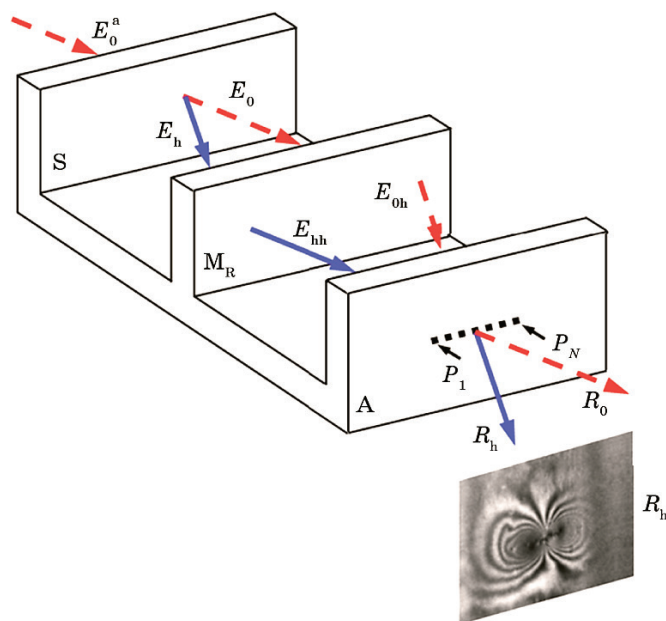


Рис. 1. Схема рентгеновского LLL-интерферометра [1]: S — расщепитель (делитель), M_R — зеркало, A — анализатор, E_0^a — падающий пучок рентгеновских лучей, E_0 , E_h — преломленный и дифрагированный пучки после расщепителя S, E_{0h} , E_{hh} — дифрагированные пучки после зеркала M_R , R_h , R_0 — выходящие пучки интерферометра, которые формируют муаровое изображение R_h [10], P_1 – P_N — локальные силы.

Fig. 1. X-ray LLL-interferometer scheme [1]: S is splitter (divider), M_R is mirror, A is analyzer, E_0^a is incident beam of X-rays, E_0 , E_h are refracted and diffracted beams after the splitter S, E_{0h} , E_{hh} are diffracted beams after the mirror M_R , R_h , R_0 are outgoing beams of the interferometer, which form the moiré image of R_h [10], P_1 – P_N are local forces.

работе [15], а также численное решение системы дифференциальных уравнений гиперболического типа (уравнений Такаги) [23].

При расчете муаровых картин деформации кристаллической решетки анализатора задавались действием локальных сосредоточенных сил на исходную поверхность кристалла. При действии сосредоточенной силы P на полубесконечную среду вдоль координаты z поле атомных смещений описывается соотношением [24]:

$$U(r) = \frac{P_d}{r} \left[\left(\frac{xz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{x}{r+z} \right) \mathbf{i}_x + \left(\frac{yz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{y}{r+z} \right) \mathbf{i}_y + \left(\frac{z^2}{r^2} - (1-2\nu) \right) \mathbf{i}_z \right], \quad (1)$$

где $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ — единичные орты осей координат, ν — коэффициент Пуассона, $P_d = \sin \theta (P / (2\pi G)) |\mathbf{H}|$, θ — угол Брэгга для отражения (220) CuK_α -излучения, G — модуль сдвига.

Направлением действия и характером пространственного распределения локальных сил и нагрузок (рис. 2) на поверхности кристалла можно моделировать поля упругих напряжений и деформаций, которые могут возникать в случае нанесения царапин или при наличии источников дислокационных скоплений [7, 8, 10].

На рисунке 3 рассчитана серия рентгеновских муаровых изображений $R_n(x, y)$ при действии N сосредоточенных сил на исходную поверхность анализатора LLL-интерферометра. Сосредоточенные силы в ряде размещены через 400 мкм параллельно вектору дифракции вдоль отрезка прямой (рис. 2). При сумме N таких сил, например, $P_{NL} = 100$ в относительных единицах (фигурируют в подписях к рис. 2–5), значение $P_d = 0,08$ Н, что соответствует области слабых деформаций [15].

Распределения локальных сил P_n в ряде аппроксимированы синусоидами:

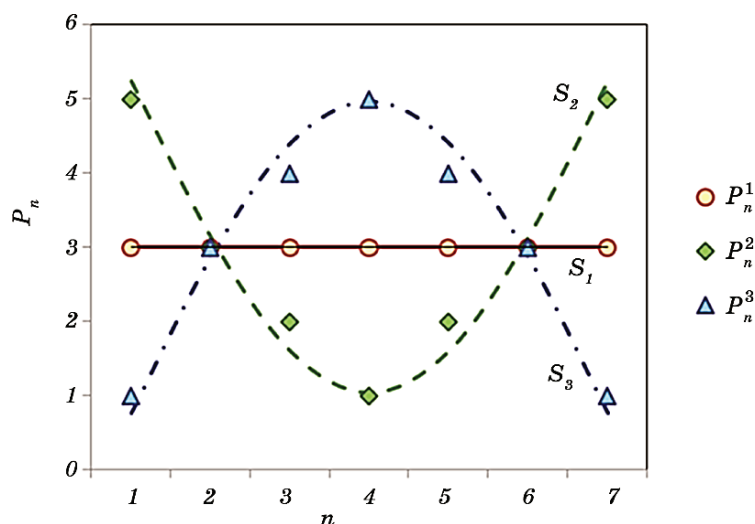


Рис. 2. Распределения сосредоточенных сил P_n^1, P_n^2, P_n^3 (с формами S_1, S_2 и S_3) в рядах при $P_{NL} = 21$; n — номер локальной нагрузки; маркерами отмечены значения локальных нагрузок в ряду, для которых рассчитаны муаровые картины, представленные на рис. 3.

Fig. 2. Distributions of concentrated forces P_n^1, P_n^2, P_n^3 (with forms S_1, S_2 and S_3) in rows with $P_{NL} = 21$; n is the number of local load; markers are the values of local loads in the row, for which the moiré patterns are presented, shown in Fig. 3.

$$P_n = \left(A_{pt} \sin \frac{2\pi(n-1)}{T_p - 1} + 0,5 - a_{pN} \right) \frac{2P_{NL}}{N}, \quad (2)$$

где n — номер локальной силы, $n = 1, \dots, N$; $T_p = 2N - 1$ — период синусоиды, которая описывает распределение сил; A_{pt} — теоретическая амплитуда синусоиды, P_{NL} — сумма сосредоточенных сил в ряду;

$$a_{pN} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{pt} \sin \frac{2\pi(n_i - 1)}{T_p - 1},$$

— среднее арифметическое N значений синусоиды с амплитудой A_{pt} .

Для расчета муаровых изображений (рис. 3) использовано три формы распределений локальных нагрузок: S_1 — равномерное, S_2 — минимальное значение нагрузки на синусоиде в центре и S_3 — максимальное его значение в центре распределения, которые обозначаются P_n^1, P_n^2 и P_n^3 соответственно (рис. 2).

Для осуществления преобразований Фурье и вычисления энергетических спектров муаровые изображения $R_h(x, y)$ (рис. 3) пред-

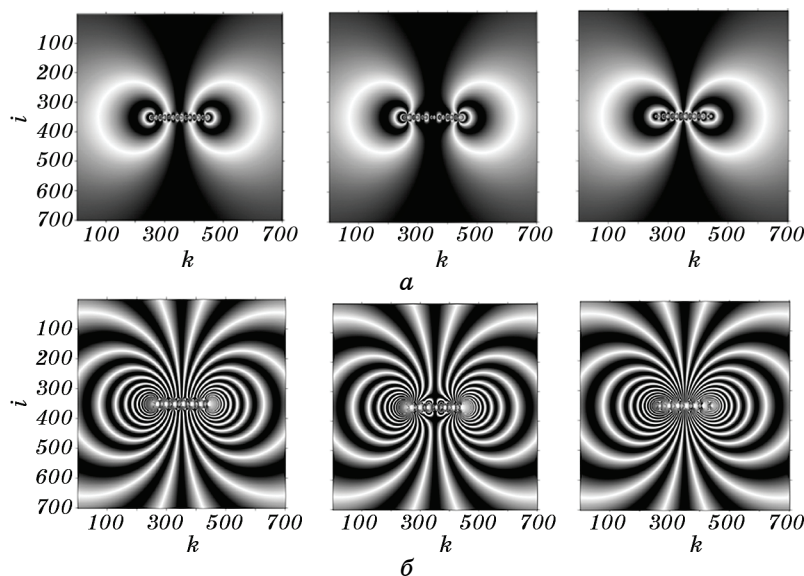


Рис. 3. Рассчитанные $R_h(x, y)$ муаровые изображения (в виде матриц $f(i, k)$) для распределения сосредоточенных сил P_n^1, P_n^2, P_n^3 (рис. 2) при P_{NL} : 21 (а), 147 (б).

Fig. 3. Calculated moiré images $R_h(x, y)$ (in the form of $f(i, k)$ matrices) for the distribution of concentrated forces (Fig. 2) with P_{NL} : 21 (a), 147 (б).

ставлялись в виде цифровых матриц $f = f(i, k)$, где $i = 1, \dots, M_i$, $k = 1, \dots, N_k$; M_i — высота и N_k — ширина изображения в пикселях.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Энергетические спектры муаровых изображений. Рентгеновские муаровые изображения $R_h(x, y)$ (рис. 3) существенно зависят от величины и характера распределения локальных сил (рис. 2). Сейчас еще существует проблема решения обратной задачи — определения по муаровому изображению величины остаточных деформаций, его породивших. Нами предлагается метод, который позволяет решить данную проблему. Суть метода заключается в установлении взаимосвязи между значениями средних пространственных частот энергетических спектров муаровых изображений $f(i, k)$ и суммарной нагрузкой P_{NL} .

Для начала выполняется двухмерное прямое дискретное быстрое преобразование Фурье матрицы $f(i, k)$ [21]:

$$F(m_1, n_1) = \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{k=1}^{N_k} f(i, k) \exp \left(-2\pi j \left(\frac{m_1(i-1)}{M_i} + \frac{n_1(k-1)}{N_k} \right) \right), \quad (3)$$

где m_1 — номер (индекс) частоты по высоте (количество компонент разложения по высоте), n_1 — номер частоты по ширине, $m_1 = 1, 2, \dots, M_i$, $n_1 = 1, 2, \dots, N_k$, j — мнимая единица.

Анализ спектра Фурье F (или Фурье-образа сигнала) упрощается, если переместить начало координат переменных m_1 и n_1 в центр частотного прямоугольника. В результате спектр Фурье $F(m_1, n_1)$ превращается в центрированный спектр Фурье $F_c(m_i, n_k)$. Номерам частот (m_i, n_k) соответствуют значения их пространственных частот (u, v) на спектре по высоте и ширине соответственно, которые задаются:

$$u = \frac{m_i}{M_i}, v = \frac{n_k}{N_k}. \quad (4)$$

Энергетический спектр P_s или спектральная плотность определяется через квадрат модуля F_c [19–22]:

$$P_s = |F_c|^2. \quad (5)$$

Радиальное распределение для энергетического спектра и его средняя пространственная частота. На основе энергетического спектра P_s муарового изображения вычисляется его радиальное распределение (профиль) $P_R(d)$ (рис. 4), где d — номер радиальной частоты: $d = 1, \dots, N_R$, $N_R = \min(M_i, N_k)/2$. Номеру d соответствует

значение радиальной частоты

$$\nu_r = (d - 1) / M_N, \quad (6)$$

где $M_N = \max(M_i, N_k)$.

На муаровых изображениях в большинстве случаев присутствует высокочастотный шум, который проявляется на радиальных распределениях $P_R(d)$ в виде фона, особенно при высоких пространственных частотах $\nu_r > 0,2$ пиксель⁻¹. Поэтому для точного вычисления средней пространственной частоты $\bar{\nu}_R$ радиальных распределений P_R из них удаляется шумовая составляющая. В качестве модели шума использована распространенная модель аддитивного бе-

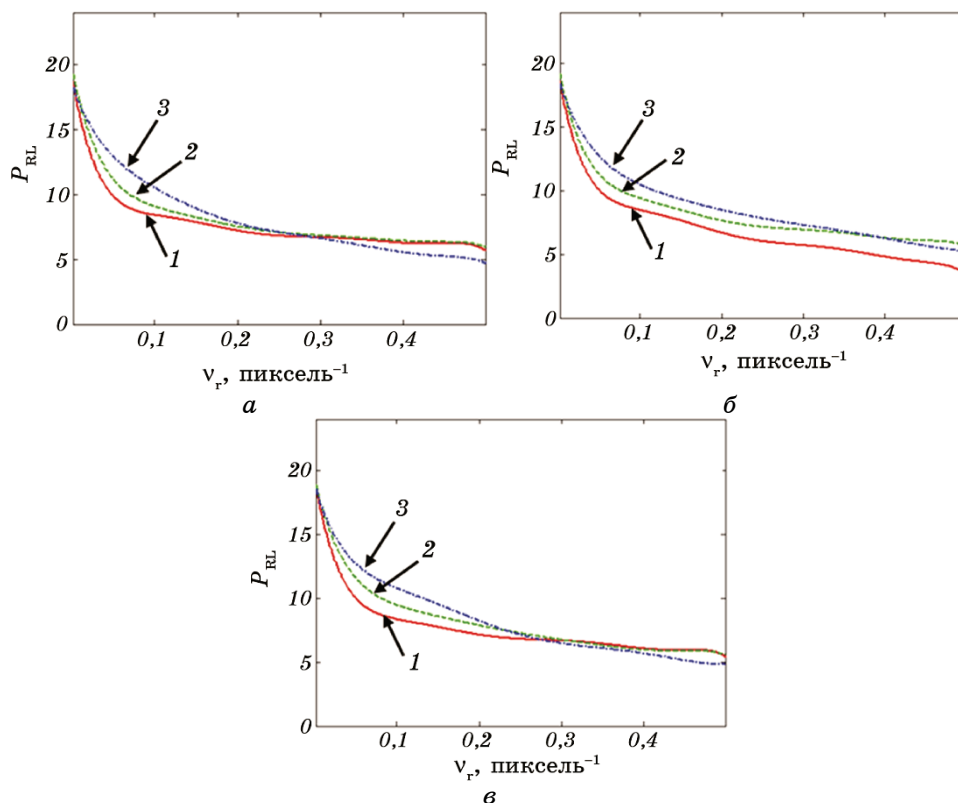


Рис. 4. Радиальные распределения P_R (в логарифмическом масштабе и аппроксимированные полиномом степени $n_w = 7$) для энергетических спектров P_S : S_1 (а), S_2 (б), S_3 (в) и соответственно P_{NL} : 1 — 21, 2 — 52, 3 — 147.

Fig. 4. Radial distributions of P_R (on a logarithmic scale and approximated by a polynomial with degree $n_w = 7$) for the energy spectra P_S : S_1 (а), S_2 (б), S_3 (в) and respectively P_{NL} : 1—21, 2—52, 3—147.

лого гауссового шума (Additive White Gaussian Noise — AWGN) [22]. Уровень гауссового шума описывается через среднее квадратическое отклонение (СКО) σ_{NE} . В соответствии с теоремой Парсеваля:

$$\sigma_{\text{NE}} = (M_i N_k)^{-1/2} P_{\text{Rp}}(v_{\text{rM}}), \quad (7)$$

где $P_{\text{Rp}}(v_{\text{rM}})$ — значение полинома первой степени для максимальной пространственной частоты v_{rM} , который аппроксимирует высокочастотную область $(0, 2 \leq v_r \leq v_{\text{rM}})$ распределения $P_{\text{R}}(v_r)$.

Средняя радиальная пространственная частота вычисляется на основе радиального профиля $P_{\text{R}}(d)$ энергетического спектра [24]:

$$\bar{v}_{\text{R}} = \sum_{d=2}^{N_{\text{R}}} P_{\text{R}}(d) v_r(d) / \sum_{d=2}^{N_{\text{R}}} P_{\text{R}}(d). \quad (8)$$

При вычислении \bar{v}_{R} постоянная составляющая $P_{\text{R}}(1)$ не учитывается.

Соответственно средний радиальный пространственный период \bar{T}_{R} определяется как:

$$\bar{T}_{\text{R}} = 1/\bar{v}_{\text{R}}. \quad (9)$$

Отметим, что частота \bar{v}_{R} радиального распределения P_{R} не зависит от экспериментальных условий получения изображения, в отличие от значений P_{R} для определенной частоты (рис. 5).

Между выбранными для анализа значениями суммарной нагрузки P_{NL} и средней частотой \bar{v}_{R} существует соответствующая корреляция (рис. 6). Значения частот $(\bar{v}_{\text{R1}}, \bar{v}_{\text{R2}}, \bar{v}_{\text{R3}})$, полученных для различных распределений нагрузок (S_1, S_2, S_3) , при одинаковых P_{NL} практически совпадают. Это позволяет установить связь между произвольной P_{NL} и соответствующей ему \bar{v}_{R} . Зависимость дискретных значений \bar{v}_{R} от P_{NL} описывается функцией ϕ_{pv} :

$$P_{\text{NL}} = \phi_{\text{pv}}(mP_{\text{NL}}, m\bar{v}_{\text{R}}, \bar{v}_{\text{R}}), \quad (10)$$

где mP_{NL} , $m\bar{v}_{\text{R}}$ — значения P_{NL} и \bar{v}_{R} , вычисленные для серии эталонных изображений.

При этом кусочно-линейная аппроксимация зависимости $P_{\text{NL}}(\bar{v}_{\text{R}})$ дает наименьшее значение среднеквадратичной погрешности при вычислении аппроксимированных значений P_{NL} относительно теоретических P_{NL}^{t} , чем аппроксимация полиномами произвольной степени (рис. 5).

Отметим, что вычисление суммарной нагрузки P_{NL} выполняется корректно не только для произвольных распределений сил, а также

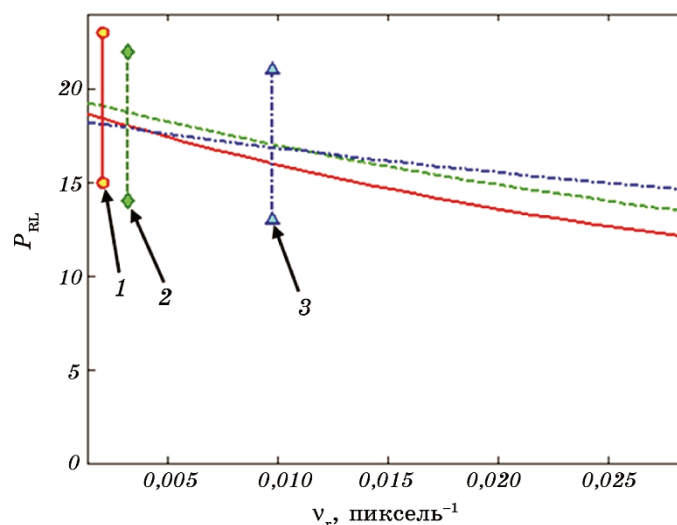


Рис. 5. Фрагменты радиальных распределений P_R в логарифмическом масштабе (распределений S_1 на рис. 4, а); маркерами указаны средние радиальные частоты \bar{v}_R для P_{NL} : 1 — 21, 2 — 52, 3 — 147.

Fig. 5. Fragments of radial distributions of P_R on a logarithmic scale (S_1 distributions in Fig. 4, a); markers indicate average radial frequencies \bar{v}_R for P_{NL} : 1—21, 2—52, 3—147.

для различных масштабов и при изменении контраста муаровых изображений.

Определение остаточных деформаций из анализа экспериментальных муаровых изображений. Благодаря корреляции нагрузки P_{NL} и средней частоты \bar{v}_R становится возможным определять из экспериментальных муаровых картин величину P_d — значение остаточных деформаций в кристалле, которые породили ее (рис. 7). Например, после скрайбирования индентором выходной поверхности анализатора LLL-интерферометра [10] и соответствующего вычисления энергетического спектра муарового изображения (рис. 7, а) и \bar{v}_R (рис. 7, б) становится возможным оценить величину остаточных напряжений в микроцарапине. По значению \bar{v}_R оценена величина суммарного действия остаточных источников напряжений в микроцарапине, в частности: $P_{NL} = 43,45$ ($P_d = 0,035$ Н), при этом $P_{NL}^{eks} = 41,67$ ($P_d^{eks} = 0,033$ Н [10]). Относительная погрешность вычислений составляет $\approx 4,3\%$.

4. ВЫВОДЫ

1. Рентгеновские муаровые изображения f существенно зависят от

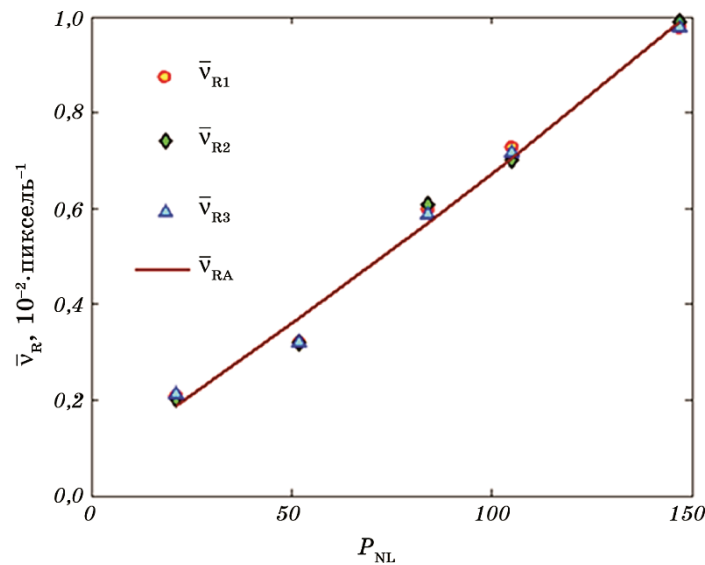


Рис. 6. Зависимость $\bar{\nu}_R$ от P_{NL} ; частоты $\bar{\nu}_{R1}$, $\bar{\nu}_{R2}$ и $\bar{\nu}_{R3}$ полученные для эталонных муаровых изображений (рис. 3) с распределениями нагрузок S_1 , S_2 и S_3 соответственно; $\bar{\nu}_{RA}$ — значения параметра $\bar{\nu}_R$ аппроксимированы полиномом второй степени.

Fig. 6. Dependence $\bar{\nu}_R$ on P_{NL} ; frequencies $\bar{\nu}_{R1}$, $\bar{\nu}_{R2}$ and $\bar{\nu}_{R3}$ obtained for standard moiré images (Fig. 3) with load distributions S_1 , S_2 and S_3 , respectively; $\bar{\nu}_{RA}$ are values of parameter $\bar{\nu}_R$ approximated by a second-degree polynomial.

величины и характера распределения локальных сил. Предлагается подход (метод), который позволяет связать зависимость средних пространственных частот энергетических спектров Фурье муаровых изображений f и суммарной нагрузки P_{NL} , которая стала причиной их возникновения.

2. Средняя радиальная пространственная частота $\bar{\nu}_R$ радиального распределения P_R энергетического спектра Фурье муарового изображения не зависит от экспериментальных условий получения изображения и может быть выбрана для характеристики муаровых картин.

3. Между значениями суммарной нагрузки P_{NL} и средней частоты $\bar{\nu}_R$ существует соответствующая корреляция, которая позволяет установить функциональную связь между ними. Кусочно-линейная аппроксимация зависимости $P_{NL}(\bar{\nu}_R)$ дает меньшее значение среднеквадратичной погрешности при вычислении аппроксимированных значений P_{NL} относительно теоретических P_{NL}^t , чем аппроксимация полиномами.

4. Вычисление энергетического спектра экспериментальных муар-

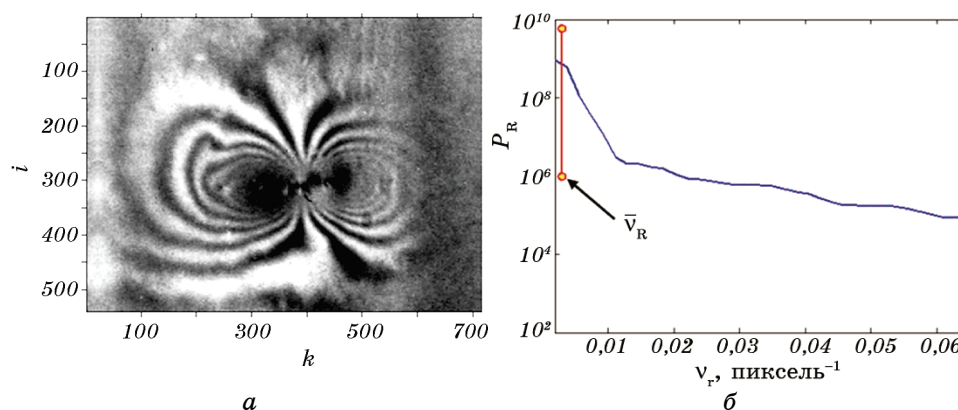


Рис. 7. Экспериментальная муаровая картина, обусловленная остаточными деформациями в микроцарапине, которые возникли в результате действия индентора на исходную поверхность анализатора LLL-интерферометра [10] (а); фрагмент радиального распределения энергетического спектра и значение усредненной частоты $\bar{\nu}_R = 0,0029$ пиксель⁻¹ (б).

Fig. 7. Experimental moiré pattern due to residual deformations in the micro scratch, which arose as a result of the indenter effect on the initial surface of the LLL interferometer analyzer [10] (a); a fragment of the radial distribution of the energy spectrum and the value of the averaged frequency $\bar{\nu}_R = 0.0029$ pixel⁻¹ (b).

ровых картин и определение их средней пространственной частоты позволяет оценить величину усредненных остаточных деформаций, которые породили ее.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. U. Bonse and M. Hart, *Appl. Phys. Lett.*, **6**, No. 8: 155 (1965).
2. A. Momose, T. Takeda, and Y. Itai, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **11**, No. 11: 2303 (2003).
3. U. Bonse, W. Graeff, and G. Materlik, *Revue De Physique Appliquée*, **11**: 83 (1976).
4. M. Ohler, S. Köhler, and J. Härtwig, *Acta Cryst. A*, **55**: 423 (1999).
5. A. Momose, S. Kawamoto, and I. Koyama, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **42**: 866 (2003).
6. R. Gevers, *Phil. Mag.*, **7**, No. 82: 1681 (1962).
7. G. Cristiansen, L. Gerward, and A. Lindegaard, *J. Appl. Cryst.*, **4**: 370 (1971).
8. M. Hart, *Phil. Mag.*, **26**, No. 4: 821 (1972).
9. R. D. Deslettes, A. Henins, H. Bowman, and R. Schoonover, *Phys. Rev. Lett.*, **33**: 463 (1974).
10. Н. Д. Раранский, В. П. Шафранюк, И. М. Фодчук, *Металлофизика*, **7**, № 5: 63 (1985).
11. Н. Д. Раранский, И. М. Фодчук, В. Н. Сергеев, О. Г. Гимчинский и др., *Ме-*

- металлофизика*, **15**, № 2: 72 (1993).
12. N. D. Raransky, Ja. M. Struk, I. M. Fodchuk, V. P. Shafranuk, and A. N. Raransky, *Proc. SPIE*, **2647**: 457 (1995).
13. И. М. Фодчук, Н. Д. Раранский, Я. М. Струк, *Металлофиз. новейшие техн.*, **24**, № 5: 617 (2002).
14. И. М. Фодчук, Н. Д. Раранский, Я. М. Струк, *Український фізичний журнал*, **47**, № 11: 1057 (2002).
15. I. M. Fodchuk and M. D. Raransky, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**: A55 (2003).
16. I. M. Fodchuk, S. M. Novikov, and I. V. Yaremchuk, *Appl. Optics*, **55**, No. 12: B120 (2016).
17. И. М. Фодчук, С. М. Новиков, И. В. Яремчук, *Металлофиз. новейшие техн.*, **38**, № 3: 389 (2016).
18. A. Authier, *Dynamical Theory of X-Ray Diffraction* (Oxford: Science Publications: 2001).
19. Р. Гонсалес, Р. Вудс, *Цифровая обработка изображений* (Москва: Техносфера: 2005).
20. Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс, *Цифровая обработка изображений в среде MatLab* (Москва: Техносфера: 2006).
21. R. Gonzalez and R. Woods, *Digital Image Processing*, 2nd Edition, (Prentice Hall, Upper Saddle River: 2002).
22. S. Thonhpanja, A. Phinyomark, P. Phukpattaranont, and C. Limsakul, *Elektronika ir Elektrotechnika*, **19**, No. 3: 51 (2013).
23. S. Takagi, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **26**, No. 5: 1239 (1969).
24. А. Ляв, *Математическая теория упругости* (Москва: Физматгиз: 1936).

REFERENCES

1. U. Bonse and M. Hart, *Appl. Phys. Lett.*, **6**, No. 8: 155 (1965).
2. A. Momose, T. Takeda, and Y. Itai, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **11**, No. 11: 2303 (2003).
3. U. Bonse, W. Graeff, and G. Materlik, *Revue De Physique Appliquée*, **11**: 83 (1976).
4. M. Ohler, S. Köhler, and J. Härtwig, *Acta Cryst. A*, **55**: 423 (1999).
5. A. Momose, S. Kawamoto, and I. Koyama, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **42**: 866 (2003).
6. R. Gevers, *Phil. Mag.*, **7**, No. 82: 1681 (1962).
7. G. Christiansen, L. Gerward, and A. Lindegaard, *J. Appl. Cryst.*, **4**: 370 (1971).
8. M. Hart, *Phil. Mag.*, **26**, No. 4: 821 (1972).
9. R. D. Deslattes, A. Henins, H. Bowman, and R. Schoonover, *Phys. Rev. Lett.*, **33**: 463 (1974).
10. N. D. Raransky, V. P. Shafranuk, and I. M. Fodchuk, *Metallofizika*, **7**, No. 5: 63 (1985) (in Russian).
11. N. D. Raransky, I. M. Fodchuk, V. N. Sergeev, O. G. Gimchinskiy et al., *Metallofizika*, **15**, No. 2: 72 (1993) (in Russian).
12. N. D. Raransky, Ja. M. Struk, I. M. Fodchuk, V. P. Shafranuk, and A. N. Raransky, *Proc. SPIE*, **2647**: 457 (1995).
13. I. M. Fodchuk, N. D. Raransky, and Ya. M. Struk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **24**, No. 5: 617 (2002) (in Russian).
14. I. M. Fodchuk, N. D. Raransky, and Ya. M. Struk, *Ukrayins'kyi Fizychnyy Zhurnal*, **47**, No. 11: 1057 (2002) (in Russian).

15. I. M. Fodchuk and M. D. Raransky, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**: A55 (2003).
16. I. M. Fodchuk, S. M. Novikov, and I. V. Yaremchuk, *Appl. Optics*, **55**, No. 12: B120 (2016).
17. I. M. Fodchuk, S. M. Novikov, and I. V. Yaremchuk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 3: 389 (2016) (in Russian).
18. A. Authier, *Dynamical Theory of X-Ray Diffraction* (Oxford: Science Publications: 2001).
19. R. Gonzalez and R. Woods, *Tsifrovaya Obrabotka Izobrazheniy* [Digital Image Processing] (Moscow: Tekhnosfera: 2005) (in Russian).
20. R. Gonzalez, R. Woods, and S. Eddins, *Tsifrovaya Obrabotka Izobrazheniy v Srede MatLab* [MatLab Digital Image Processing] (Moscow: Tekhnosfera: 2006) (in Russian).
21. R. Gonzalez and R. Woods, *Digital Image Processing*, 2nd Edition, (Prentice Hall, Upper Saddle River: 2002).
22. S. Thonhpanja, A. Phinyomark, P. Phukpattaranont, and C. Limsakul, *Elektronika ir Elektrotehnika*, **19**, No. 3: 51 (2013).
23. S. Takagi, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **26**, No. 5: 1239 (1969).
24. A. Lyav, *Matematicheskaya Teoriya Uprugosti* [Mathematical Theory of Elasticity] (Moscow: Fizmatgiz: 1936) (in Russian).