

ELECTRONIC STRUCTURE AND PROPERTIES

PACS numbers: 74.20.De, 74.25.Jb, 74.25.Qt, 74.25.Wx, 74.70.Ad

Динаміка фракційних вихорів у двозонних надпровідниках

A. O. Pokusinskyi, O. L. Kasatkin*

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
вул. Володимирська, 60,*

01033 Київ, Україна

**Інститут металофізики ім. Г. В. Курдюмова НАН України,
бульв. Академіка Вернадського, 36,
03142 Київ, Україна*

Розглянуто взаємодію фракційних вихорів між собою у двозонному надпровіднику та вперше передбачено можливість дисоціації композитних вихорів Абрикосова із цілим квантом магнетного потоку на фракційні компоненти під впливом високочастотного електромагнетного поля НВЧ-діапазону. Проведено чисельні розрахунки для виявлення порогу такої дисоціації як функції амплітуди і частоти НВЧ-струму.

Ключові слова: вихор Абрикосова, багатозонні надпровідники, квант магнетного потоку, рівняння Гінзбурга–Ландау, лондонівська вільна енергія.

The interaction of fractional vortices with each other in the two-band superconductor is considered, and for the first time the possibility of dissociation of the composite Abrikosov vortices with a whole quantum of magnetic flux into the fractional components under the influence of microwave electromagnetic field is argued. Numerical calculations are performed in order to identify the threshold of such dissociation as a function of the amplitude and frequency of microwave current.

Corresponding author: Aleksander Leonidovych Kasatkin
E-mail: al_kas@i.ua

*Taras Shevchenko National University of Kyiv,
60 Volodymyrska Str., UA-01033 Kyiv, Ukraine*

**G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics, N.A.S. of Ukraine,
36 Academician Vernadsky Blvd., UA-03142 Kyiv, Ukraine*

Citation: A. O. Pokusinskyi and A. L. Kasatkin, Dynamics of Fractional Vortices in Two-Band Superconductors, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **44**, No. 1: 9–17 (2022) (in Ukrainian). DOI: [10.15407/mfint.44.01.0009](https://doi.org/10.15407/mfint.44.01.0009)

Key words: Abrikosov vortex, multiband superconductors, magnetic flux quantum, Ginzburg–Landau equations, London free energy.

(Отримано 10 жовтня 2021 р.)

1. ВСТУП

Нині існує значний інтерес до фізики надпровідників із параметром порядку, що складається з кількох компонент, які описують надпровідний стан різних електронних зон у надпровідниках з кількома електронними зонами провідності. Такий тип надпровідності підтверджено дослідженнями властивостей надпровідного стану у нових класах надпровідних матеріалів, таких, наприклад, як MgB_2 , пніктидах на основі Fe, сполуках важких ферміонів тощо [1, 2]. Вважається, що кожна електронна зона у багатозонному надпровіднику має конденсат з амплітудою і фазою, який слабо взаємодіє з конденсатами інших зон. Ця обставина створює можливості для спостереження принципово нових ефектів макроскопічної фазової когерентності, пов'язаних з явищами інтерференції між хвильовими функціями електронних надплинних конденсатів, що утворюються в різних зонах [2–4].

Одним з яскравих проявлень багатозонної надпровідності є утворення вихорів з фракційними квантами магнетного потоку в змішаному стані багатозонних надпровідників [5]. Виявляється, що вихори Абрикосова в багатозонних надпровідниках за певних умов можуть дисоціювати на фракційні вихори зі зменшеним квантом магнетного потоку, утворені електронними надплинними конденсатами окремих електронних зон [6–9].

2. ФРАКЦІЙНІ ВИХОРИ У ДВОЗОННИХ НАДПРОВІДНИКАХ

Існування двох електронних зон зі слабко взаємодійними надплинними конденсатами куперівських пар дозволяє припустити, що у кожній із зон є вихори з фракційними квантами магнетного потоку, утворені надплинними електронами у кожній із зон. Вперше це було запропоновано Бабаєвим [5], а пізніше обговорювалося у багатьох інших роботах (див., наприклад, огляди [2, 4]). У цьому розділі обговорюються основні особливості таких вихрових фракційних квантів потоку на основі теорії Гінзбурга–Ландау для ізотропного двозонного надпровідника зі слабким Джозефсонівським зв'язком електронних надплинних конденсатів у двох зонах [2–4]:

$$F = \sum_{j=1,2} [\alpha_j |\psi_j|^2 + \beta_j |\psi_j|^4] / 2 + (2m_j)^{-1} |(-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A}/c)\psi_j|^2 + \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \mathbf{A})^2 + \gamma(\psi_1 \psi_2^* + \psi_2 \psi_1^*), \\
\mathbf{J}_s = & \sum_{j=1,2} \left[-\frac{i\hbar e}{m_j} (\psi_j^* \nabla \psi_j - \psi_j \nabla \psi_j^*) - \frac{4e^2}{m_j c} |\psi_j|^2 \mathbf{A} \right]. \quad (2)
\end{aligned}$$

Тут F — функціонал вільної енергії Гінзбурга–Ландау, \mathbf{J}_s — густина надструму, \mathbf{A} — вектор-потенціал магнетного поля, m_j — маса електрона, ψ_j — параметр порядку надпровідного стану в j -й зоні ($j = 1, 2$).

Надпровідний стан у кожній з двох зон може характеризуватися конкретними значеннями довжини когерентності ξ_j та лондонівської глибини проникнення λ_j :

$$\xi_j = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_j |\alpha_j|}}, \quad \lambda_j = \sqrt{\frac{m_j c^2}{16\pi e^2 \psi_{j0}^2}}, \quad \lambda^{-2} = \sum_{j=1,2} \lambda_j^{-2}. \quad (3)$$

Тут λ — повна глибина проникнення для двозонного надпровідника.

У подальшому будемо вважати:

$$\psi_j(r) = \psi_{j0} = \text{const}, \quad \psi_{j0} = \sqrt{|\alpha_j|/|\beta_j|}, \quad \psi_j(r) = \psi_{j0} e^{i\theta_j(r)}. \quad (4)$$

До цього ж вираз для густини надструму приймає вигляд:

$$\mathbf{J}_s = \sum_{j=1,2} \frac{2e\hbar\psi_{j0}^2}{m_j} \left(\nabla\theta_j - \frac{2\pi}{\phi_0} \mathbf{A} \right). \quad (5)$$

Якщо магнетний потік Φ знаходиться в межах обмеженої області всередині двозонного надпровідника, то зінтегрувавши (5) вздовж замкнутої траєкторії, що оточує цю область, на відстанях, більших за λ (так, що \mathbf{J}_s зменшується до нуля вздовж цієї траєкторії), одержуємо:

$$\Phi = \frac{\psi_{10}^2 \frac{n_1}{m_1} + \psi_{20}^2 \frac{n_2}{m_2}}{\psi_{10}^2 \frac{1}{m_1} + \psi_{20}^2 \frac{1}{m_2}} \phi_0. \quad (6)$$

Тут n_1 і n_2 — цілі числа, що виникають під час інтегрування $\nabla\theta_j$ в (5) по замкненій траєкторії: $\oint \nabla\theta_j dl = 2\pi n_j$.

Таким чином, магнетний потік Φ в (6) квантується із значеннями величин квантів потоку ϕ_1 та ϕ_2 :

$$\phi_1 = \phi_0 \frac{\Psi_{10}^2 \frac{1}{m_1}}{\Psi_{10}^2 \frac{1}{m_1} + \Psi_{20}^2 \frac{1}{m_2}}, \quad \phi_2 = \phi_0 \frac{\Psi_{20}^2 \frac{1}{m_2}}{\Psi_{10}^2 \frac{1}{m_1} + \Psi_{20}^2 \frac{1}{m_2}}. \quad (7)$$

Ці фракційні кванти потоку створюються вихорами і в електронних надплинних конденсатах двох зон. Їхні величини можуть бути записані у вигляді:

$$\phi_1 = \phi_0 \frac{\lambda_1^{-2}}{\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2}} = \phi_0 \frac{\lambda^2}{\lambda_1^2}, \quad \phi_2 = \phi_0 \frac{\lambda_2^{-2}}{\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2}} = \phi_0 \frac{\lambda^2}{\lambda_2^2}, \quad \lambda^2 = \frac{\lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}. \quad (8)$$

Функціонал густини вільної енергії двозонного надпровідника у лондонівському наближенні можна записати як:

$$F_L = \frac{1}{8\pi} \left[\sum_{j=1,2} \lambda_j^{-2} \left(\mathbf{A} - \frac{\phi_0}{2\pi} \nabla \theta_j \right)^2 + (\nabla \times \mathbf{A})^2 \right] + \bar{\gamma} \cos(\theta_1 - \theta_2). \quad (9)$$

Вільну енергію усього зразка задають інтегралом по об'єму $\mathfrak{V} = \int d^3r F_L(r)$. Застосувавши варіаційну процедуру $\delta\mathfrak{V}/\delta\mathbf{A} = 0$, можна одержати так зване рівняння Лондона–Максвелла [4, 6]:

$$\lambda^2 \nabla \times \mathbf{H} = -\mathbf{A} + \frac{\phi_1}{2\pi} \nabla \theta_1 + \frac{\phi_2}{2\pi} \nabla \theta_2. \quad (10)$$

Взявши ротор від обох частин рівняння (10), можна одержати рівняння для розподілу магнетного поля, створеного паралельними фракційними вихорами двох типів, розташованими у точках $\mathbf{R}_{1,k}$ і $\mathbf{R}_{2,m}$ відповідно, на поверхні двозонного надпровідника:

$$\lambda^2 \nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) + \mathbf{H} = \mathbf{n}_z \left[\phi_1 \sum_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_{1,k}) + \phi_2 \sum_m \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_{2,m}) \right]. \quad (11)$$

Ми вважаємо, що магнетне поле, як і осі вихорів, орієнтовані вздовж осі z , так що $\mathbf{R}_{1,k}$ і $\mathbf{R}_{2,m}$ визначають положення вихорів у площині (x, y) на поверхні зразка.

Підстановка для \mathbf{A} з виразу (10) у рівняння (9) дозволяє обчислити густину вільної енергії та енергетичні характеристики фракційних вихорів, а саме їхню власну енергію та енергію взаємодії для вихорів з однакових, а також з різних електронних зон [4, 6]. Виявляється, що фракційні вихори з однієї електронної зони відштовхуються один від одного, а енергію їх взаємодії задають виразом:

$$V_{\text{intra}}(\mathbf{r}_{l,ij}) = \frac{\phi_l^2}{8\pi^2 \lambda^2} K_0 \left(\frac{|\mathbf{r}_{l,ij}|}{\lambda} \right) - \frac{\phi_1 \phi_2}{8\pi^2 \lambda^2} \ln(|\mathbf{r}_{l,ij}|), \quad \mathbf{r}_{l,ij} \equiv \mathbf{r}_{l,i} - \mathbf{r}_{l,j}. \quad (12)$$

Тим часом вихори, утворені електронними конденсатами з різних зон, притягуються один до одного і намагаються злитися і утворити композитний вихор із цілим квантом потоку ϕ_0 .

Взаємодія між фракційними вихорами, що відповідає цьому притягненню, визначається як

$$V_{\text{inter}}(\mathbf{r}_{12,ij}) = \frac{\phi_1\phi_2}{8\pi^2\lambda^2} \left[K_0 \left(\frac{|\mathbf{r}_{12,ij}|}{\lambda} \right) + \ln(|\mathbf{r}_{12,ij}|) \right], \quad (13)$$

$$\mathbf{r}_{12,ij} \equiv \mathbf{r}_{1,i} - \mathbf{r}_{2,j}.$$

На рисунку 1 зображено розподіл надплинних струмів навколо пари фракційних вихорів, утворених надплинними конденсатами двох зон з різними значеннями фракційних квантів магнетного потоку: $\phi_1 = 0,25\phi_0$, $\phi_2 = 0,75\phi_0$.

Згідно (13), ці вихори мають притягуватись один до одного на відстанях $r_{12} > \lambda$. Графік сили міжвихрової взаємодії (13) зображено на рис. 1.

Таким чином, вихори у двозонних надпровідниках переважно існують у вигляді композитних вихорів, які цілком подібні до таких у однозонних надпровідниках.

Проте вважається, що за певних умов ці композитні вихори можуть бути розділені на вихри фракційного потоку. Одна з таких можливостей обговорюється у наступному розділі.

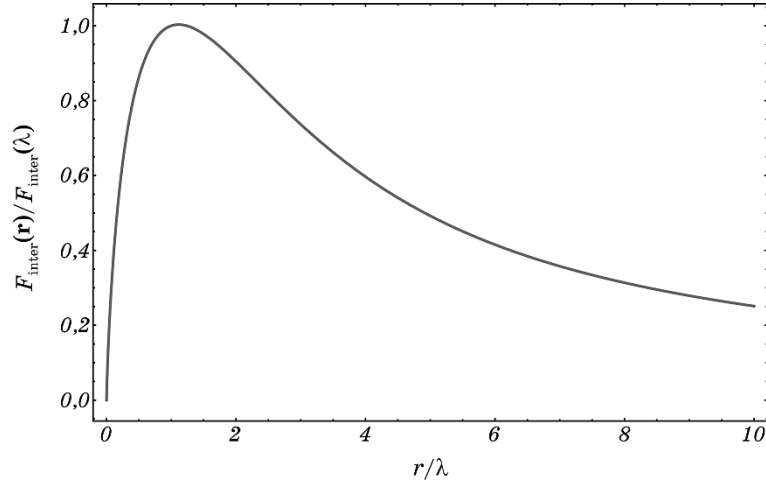


Рис. 1. Сила міжвихрової взаємодії фракційних вихорів різних зон згідно виразу (13).

Fig. 1. The strength of the intervortex interaction of fractional vortices from different zones is according to the expression (13).

3. ДИСОЦІАЦІЯ КОМПЗИТНИХ ВИХОРИВ У ДВОЗОННОМУ НАДПРОВІДНИКУ ПІД ВПЛИВОМ ЗМІННОГО ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОГО ПОЛЯ

Взаємне притягнення фракційних вихорів з різних зон, як це витікає з (13) і зображено на рис. 1, призводить до того, що вихори у двозонному надпровіднику в умовах термодинамічної рівноваги переважно є композитними вихорами із цілим квантом потоку ϕ_0 . Проте, у нерівноважному стані під впливом зовнішніх полів вони можуть дисоціювати на фракційні вихори окремих зон. Вперше це було передбачено теоретично у роботі Ліна і Булаєвського у режимі течії магнетного потоку на постійному струмі [7].

У нашій роботі вперше розглянуто можливість дисоціації композитних вихорів у двозонному надпровіднику під впливом височастотного поля мікрохвильового діапазону. Обраховано поріг такої дисоціації як функцію амплітуди НВЧ струму і частоти.

За допомогою програмного пакету Wolfram Mathematica одержано чисельні розв'язки нелінійних рівнянь руху композитних вихорів Абрикосова у двозонному надпровіднику під впливом височастотного поля (14) [4, 7]:

$$\begin{cases} \eta_1 x_1 + \frac{\phi_1 \phi_2}{2\pi\mu_0 \lambda^3} \operatorname{Re} \left[\frac{\lambda}{x_1 - x_2} - K_1 \left(\frac{x_1 - x_2}{\lambda} \right) \right] = I_{\text{ext}} \phi_1, \\ \eta_2 x_2 + \frac{\phi_1 \phi_2}{2\pi\mu_0 \lambda^3} \operatorname{Re} \left[\frac{\lambda}{x_2 - x_1} - K_1 \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right) \right] = I_{\text{ext}} \phi_2. \end{cases} \quad (14)$$

Під дією сили Лоренца $I_{\text{ext}} \phi_i$ ($i = 1, 2$), де $I_{\text{ext}} = J_0 \cos(\omega t)$, ω — частота, композитні вихори здійснюють рух з різними коефіцієнтами в'язкості $\eta_i = \phi_0^2 / (2\pi \xi_i^2 \rho_n)$ ($i = 1, 2$), де ξ_i — відповідні довжини когерентності, ρ_n — питомий опір надпровідника у нормальному стані. Розв'язок шукали для пари незапінінгованих композитних вихорів, що утворені в різних енергетичних зонах двозонного надпровідника, розміщені на відстані $|x_1 - x_2| = \xi$, де $\xi^2 = \xi_1^2 \xi_2^2 / (\xi_1^2 + \xi_2^2)$ один від одного у початковий момент часу під дією сили Лоренца, зумовленою змінним струмом з амплітудою J_0 , вони здійснюють змушені коливання у потенціалі сил притягнення один до одного (13).

Для чисельних розрахунків було взято параметри з роботи [7]: $\lambda_1 = 47,8 \cdot 10^{-9}$ м, $\lambda_2 = 33,6 \cdot 10^{-9}$ м, $\xi_1 = 13,0 \cdot 10^{-9}$ м, $\xi_2 = 51,0 \cdot 10^{-9}$ м, $\rho_n = 1,0 \cdot 10^{-9}$ Ом·м.

На рисунках 2, 3 показано розв'язки поблизу критичних значень амплітуди змінного струму, коли композитні вихори починають дисоціювати під впливом змінної сили Лоренца.

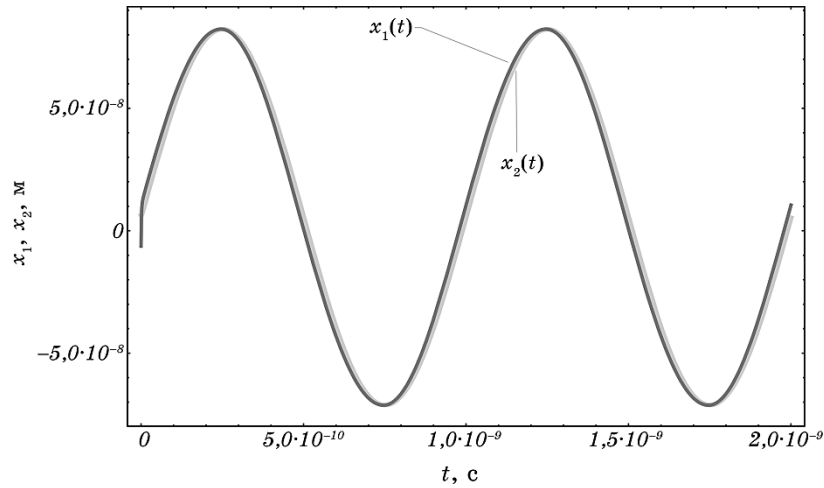


Рис. 2. Зміна координат фракційних вихорів під впливом змінного струму з частотою $\omega = 2\pi \cdot 10^9$ Гц і амплітудою $J_0 = 1,0 \cdot 10^{12}$ А/м² на часовому проміжку $2T = 4\pi/\omega$.

Fig. 2. Change of coordinates of fractional vortices under the influence of alternating current with frequency $\omega = 2\pi \cdot 10^9$ Hz and amplitude $J_0 = 1.0 \cdot 10^{12}$ A/m² on time interval $2T = 4\pi/\omega$.

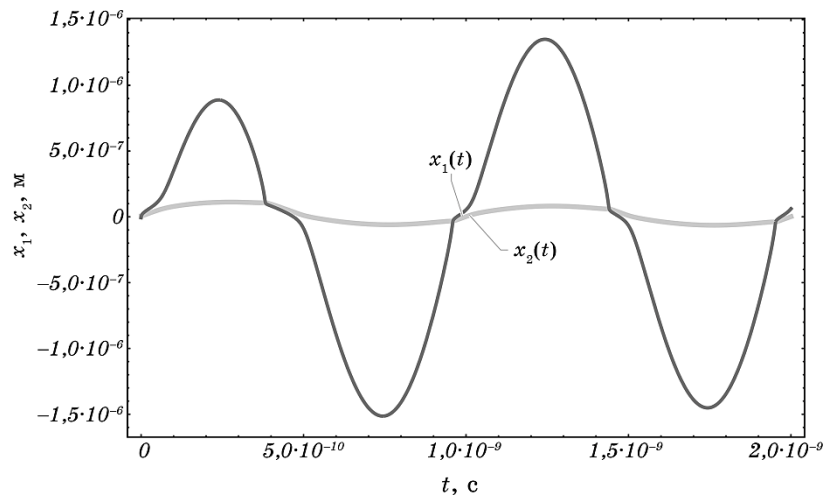


Рис. 3. Зміна координат фракційних вихорів під впливом змінного струму з частотою $\omega = 2\pi \cdot 10^9$ Гц і амплітудою $J_0 = 2,0 \cdot 10^{12}$ А/м² на часовому проміжку $2T = 4\pi/\omega$.

Fig. 3. Change of coordinates of fractional vortices under the influence of alternating current with frequency $\omega = 2\pi \cdot 10^9$ Hz and amplitude $J_0 = 2.0 \cdot 10^{12}$ A/m² on time interval $2T = 4\pi/\omega$.

Щоб з'ясувати, яким саме чином зміна частоти і струму впливають на розрив композитних вихорів, було здійснено обчислення

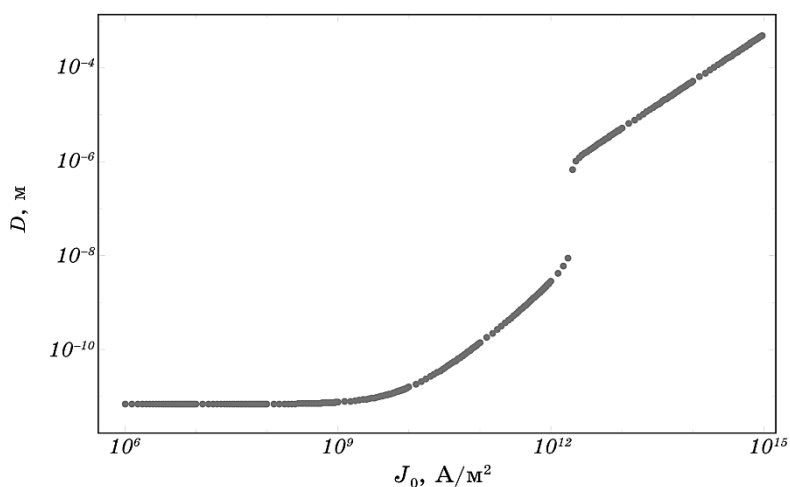


Рис. 4. Залежність відстані між вихорами від густини струму в логарифмічній шкалі. Частота $\omega = 2\pi \cdot 10^9$ Гц.

Fig. 4. Dependence of the distance between vortices on the current density in the logarithmic scale. The frequency $\omega = 2\pi \cdot 10^9$ Hz.

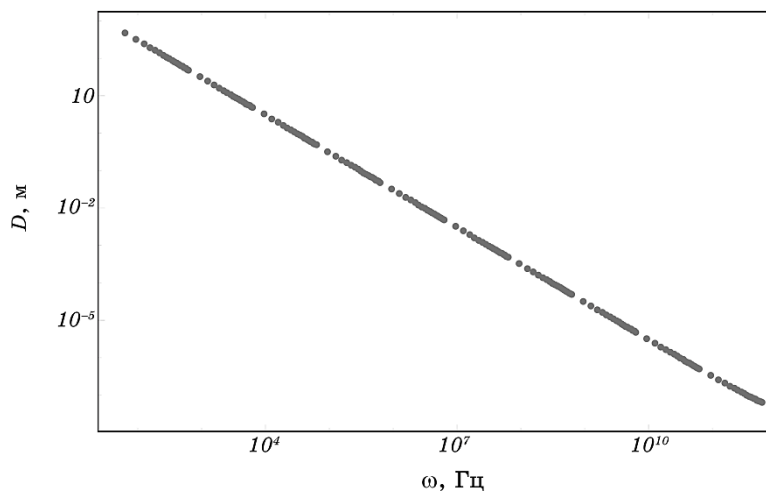


Рис. 5. Залежність відстані між вихорами від частоти в логарифмічній шкалі. Густина струму $J_0 = 2,0 \cdot 10^{12}$ А/м².

Fig. 5. Dependence of the distance between vortices on the frequency in the logarithmic scale. Current density $J_0 = 2.0 \cdot 10^{12}$ A/m².

відстані між вихорами $D = |x_1 - x_2|$ (див. рис. 4, 5) на інтервалі струму $J_0 = [10^6, 10^{15}] \text{ А/м}^2$ за сталої частоти $\omega = 2\pi \cdot 10^9 \text{ Гц}$ (рис. 4) і на інтервалі частот $\omega = [2\pi \cdot 10, 2\pi \cdot 10^{12}] \text{ Гц}$ з постійною амплітудою струму $J_0 = 2,0 \cdot 10^{12} \text{ А/м}^2$ (рис. 5).

На рисунку 4 можна побачити, що на частоті $\omega = 2\pi \cdot 10^9 \text{ Гц}$ змінного струму, починаючи з амплітуди $J_0 = 10^9 \text{ А/м}^2$ відстань D між композитними вихорами починає збільшуватися. І на відстанях D порядку λ (8), яким відповідає густина струму $J_0 = 10^{12} \text{ А/м}^2$, з подальшим підвищенням J_0 відбувається різке збільшення D , де взаємодія між композитними вихорами практично зникає.

На рисунку 5 можна побачити, що зі збільшенням частоти зменшується відстань D . Отже, щоб віддалити композитні вихори на відстані, де між ними зникає сила притягнення (рис. 1), знадобляться більші густини струмів J_0 .

4. ВИСНОВКИ

Таким чином, із одержаного чисельного розв'язку нелінійних динамічних рівнянь слідує можливість утворення фракційних вихорів у двозонному надпровіднику за рахунок дисоціації композитних вихорів із цілим квантом потоку ϕ_0 у достатньо сильному високочастотному полі. Амплітуда критичного поля (струму), що викликає дисоціацію, залежить від частоти.

Роботу виконано в рамках проекту 2020.02/0408 Національного фонду досліджень України.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА—REFERENCES

1. M. Zehetmayer, *Supercond. Sci. Technol.* **26**: 043001 (2013).
2. Y. Tanaka, *Supercond. Sci. Technol.* **28**: 034002 (2015).
3. Alexander Omelyanchouk, *Coherent Current States in Two-Band Superconductors, Superconductivity: Theory and Applications*, Ch. 3 (2011).
4. S.-Z. Lin, *J. Phys.: Condens. Matter.*, **26**: 493202 (2014).
5. E. Babaev, *Phys. Rev. Lett.*, **89**: 067001 (2002).
6. M. A. Silaev, *Phys. Rev. B*, **83**: 144519 (2011).
7. L. F. Chibotaru and V. H. Dao, *Phys. Rev. B*, **81**, 020502 (2010).