

PACS numbers: 07.10.-h, 46.40.-f, 46.50.+a, 62.20.M-, 62.20.Qp, 81.40.Np, 81.70.Bt

Багатофакторні емпіричні моделі енергії низькочастотних та зубцевих коливань динамічного складника обертового моменту на долоті

В. М. Мойсишин, А. П. Івасютин, Л. В. Борисевич*, О. М. Витвицька

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
вул. Карпатська, 15,
76019 Івано-Франківськ, Україна*
**Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
вул. Шевченка, 57,
76018 Івано-Франківськ, Україна*

З метою встановлення багатофакторних емпіричних моделей енергії низькочастотних ($E_{\text{нчк}}$) і зубцевих ($E_{\text{зк}}$) коливань динамічного складника обертового моменту на долоті за методом раціонального планування експериментів на стенді Івано-Франківського національного державного університету нафти і газу проведено експериментальні дослідження. Згідно з цим методом комбінація змінних чинників, до яких відносяться осьове статичне навантаження $F_{\text{ст}}$, частота обертання долота n , цупкість C та коефіцієнт демпфування β бурильного інструмента, зустрічається тільки один раз. За досліджуваний параметер вибрано амплітудне значення дисперсії (енергії) на локальних максимумах, які фіксуються на низькочастотних і зубцевих коливаннях спектральної густини (енергетичного спектра) внутрішньої структури динамічного складника. Загальні багатовимірні функції подано добутком окремих залежностей від змінних факторів — $E_{\text{нчк}} = B_{\text{ср}} f(n) f(F_{\text{ст}}) f(C) f(\beta)$ і $E_{\text{зк}} = B_{\text{ср}} f(n) f(F_{\text{ст}}) f(C) f(\beta)$, де $B_{\text{ср}}$ — середнє значення числового коефіцієнта для множини усіх дослідів. Постійними фак-

Corresponding author: Vasył Mykhaylovych Moysyshyn
E-mail: math@nung.edu.ua

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,
15 Karpatska Str., UA-76019 Ivano-Frankivsk, Ukraine*
**Vasyl Stefanyk Precarpathian National University,
57 Shevchenko Str., UA-76018 Ivano-Frankivsk, Ukraine*

Citation: V. M. Moysyshyn, A. P. Ivasyutyn, L. V. Borysevych, and O. M. Vytvyts'ka, Multifactor Empirical Models of Energy of Low-Frequency and Toothed Oscillations of the Dynamic Component of Torque on the Bit, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, 45, No. 10: 1205–1235 (2023) (in Ukrainian). DOI: 10.15407/mfint.45.10.1205

торами під час проведення планованого експерименту були тип і діаметер тришарового долота та витрата промивальної рідини (води). Планований факторний експеримент було проведено в блоках пісковика Городищенської світи твердістю у 1440 МПа. За результатами експерименту побудовано рівняння багатфакторних емпіричних моделей енергії $E_{\text{нчк}}$ і $E_{\text{зк}}$ коливань динамічного складника обертового моменту на долоті та проведено аналізу впливу на цю енергію зовнішніх незалежних чинників.

Ключові слова: сталеве долото, емпіричний модель, енергія випадкового процесу, спектральна густина, енергія низькочастотних коливань динамічного складника обертового моменту на долоті, енергія зубцевих коливань динамічного складника обертового моменту на долоті, змінний чинник.

In order to establish multifactorial empirical energy models of low-frequency ($E_{\text{нчк}}$) and toothed ($E_{\text{зк}}$) oscillations of the dynamic component of the torque on the bit, experimental studies are conducted at the stand of the Ivano-Frankivsk National State University of Oil and Gas, using the method of rational planning of experiments. According to this method, the combination of variable factors, which include the axial static load $F_{\text{ст}}$, bit rotation frequency n , stiffness C , and damping coefficient β of the drilling tool, occurs only once. The studied parameter is the amplitude value of the dispersion (energy) at local maxima, which are fixed on the low-frequency and jagged fluctuations of the spectral density (energy spectrum) of the internal structure of the dynamic component. General multidimensional functions are represented by the product of individual dependences on variable factors: $E_{\text{нчк}} = B_{\text{ср}} f(n) f(F_{\text{ст}}) f(C) f(\beta)$ and $E_{\text{зк}} = B_{\text{ср}} f(n) f(F_{\text{ст}}) f(C) f(\beta)$, where $B_{\text{ср}}$ is the average value of the numerical coefficient for the set of all experiments. Constant factors during the planned experiment are both the type and the diameter of the three-layer bit and the consumption of flushing fluid (water). The planned factorial experiment is carried out in blocks of sandstone of the Horodyshche strata with a stamp hardness of 1440 MPa. According to the results of the experiment, the equations of multifactor empirical models of energy $E_{\text{нчк}}$ and $E_{\text{зк}}$ fluctuations of the dynamic component of the torque on the bit are constructed, and the influence of external independent factors on this energy is analysed.

Key words: steel bit, empirical model, energy of a random process, spectral density, energy of low-frequency oscillations of the torque dynamic component on the bit, energy of toothed oscillations of the dynamic component of the torque on the bit, variable factor.

(Отримано 6 квітня 2023 р.; остаточн. варіант — 13 квітня 2023 р.)

1. ВСТУП

До якості металевого інструменту ставляться підвищені вимоги, оскільки буріння є ключовим процесом у низці прикладних галузей, які мають стратегічне значення для забезпечення економічної стабільності країни. Зокрема, це — розвідка та видобуток вуглево-

днів, геотермальних і мінеральних ресурсів, екологічний моніторинг і наукові дослідження надр, підземні розкопки та розвиток інфраструктури населених пунктів тощо. Коефіцієнт корисної дії процесу буріння, який забезпечується нині широкоживаними технологіями, є не надто високим. Наприклад, кількість енергії, яка затрачається власне на поглиблення вибивання нафтогазових свердловин становить від близько 30% до 40% від загальної кількості енергії, підведеної до бурильної колони [1, 2]. Один з основних чинників, який обмежує продуктивність та ефективність глибокого буріння, — це неконтрольований динамічний режим роботи бурильного інструмента [3–5]. Динамічні навантаження провокують передчасне спрацювання доліт та інших елементів бурильної колони, шкідливо впливають на роботу вибійних двигунів і наземного устаткування, а також ускладнюють проведення свердловин і погіршують умови роботи персоналу бурових бригад [6–9].

На податливість металевої бурильної колони та на динамічний режим роботи бурового долота впливає вибір компонування бурильного інструмента та матеріалу бурильних труб [10–12]. Найбільш уживаним у світовій практиці буріння є використання в складі компонування довгомірних колон труб із таких матеріалів: сталеві стопи різних груп міцності, алюмінієві стопи та дюралюміній, титанові стопи, а також магнієві стопи та композиційні вуглецеві матеріали [13, 14]. Щодо вибору породоруйнівального інструменту, то нині найпопулярнішими є долота різально-стиральної дії, армовані полікристалічними синтетичними діамантами (PDC). Їхня основна перевага над конкурентами — відсутність рухомих елементів у конструкції; крім того, різці PDC мають високу міцність під час різання гірської породи [15, 16]. Однак діаманти в тій формі, яка використовується в PDC, характеризуються високою крихкістю та можуть руйнуватися під час ударних або значних динамічних навантажень. В такому разі слід віддати перевагу шарошковим долотам, оскільки твердостопні карбід-вольфрамові вставки є стійкішими щодо ударного навантаження, ніж діамантові; тому в деяких випадках це буде ліпший вибір [17]. Крім того, роботу шарошкового долота слід контролювати в складних експлуатаційних ситуаціях, адже є більше можливостей регулювання крутного моменту та навантаження на долото. Більшість провідних фірм-виробників шарошкових доліт використовують для виготовлення лап крицю AISI 4815H (аналог — криця 15H3MA) або AISI 8720 (аналог — криця 19HMA); для виготовлення фрезерованих шарошок — крицю AISI4815H, а для штирових шарошок — крицю AISI 9315H (аналог — криця 14XH3MA) [18]. Для виготовлення тіл кочення застосовується криця AISI S2 (аналог — 55CM5ФА). Важливим матеріалом у виробництві високоякісних шарошкових доліт є вольфрамкобальтові тверді стопи, які застосовуються для виготов-

лення твердостопних зубців і армування зубів фрезерованих шарошок, козирків лап та інших частин долота, що піддаються в процесі роботи абразивному зносу [19, 20]. Зазвичай твердостопні зубці виготовляють зі стопів марок ВК4-В, ВК8-ВК і ВК11-ВК. Слід зазначити, що провідні фірми-виробники доліт мають власні твердостопні виробництва та ширший вибір марок твердих стопів. Часто вони використовують низку марок стопів з однаковим хемічним, але різним ґранулометричним складом, що дає змогу забезпечити потрібні фізико-механічні властивості зубців тієї чи іншої форми для ефективного руйнування конкретних гірських порід.

У більшості випадків бурильний інструмент працює в агресивних та абразивних середовищах під дією інтенсивних динамічних і тривалих циклічних навантажень [21, 22]. Зростання глибин буріння та спорудження свердловин складної просторової конфігурації потребує застосування сучасних матеріалів, інтелектуальних конструкцій і прогресивних технологій виготовлення бурильного інструмента [23–25]. Для підвищення ресурсу роботи породоруйнівального інструменту застосовують низку підходів і методів. До конструкторських методів відносять раціональне кріплення твердостопних зубців у тілі крицевої шарошки чи різців у тілі лопаті, оптимізацію схем опор доліт з різними типами підшипників [26, 27] та підвищення їхньої зносостійкості [28–31], систем охолодження та мащення [32, 33] таких підшипникових опор [34–36], удосконалення профілю конічної різьби на ніпелях і муфтах бурового інструмента з різних матеріалів [37–39], забезпечення точності профілю нарізів [40–42] і запобігання самовідгвинчуванню різьбових кріплень [43]. Також важливими є раціональний вибір матеріалів шляхом проведення корозійних досліджень і вивчення структурних змін металів [44–46], застосування методів оцінки змін напружень внаслідок корозії та появи дефектів [47–50], параметрична оптимізація озброєння, опор і вузлів промивання доліт [51, 52].

З-поміж технологічних методів заслуговують на увагу застосування антиабразивних покриттів, оброблення поверхонь і раціональне армування крицевих деталей [53, 54]; особливо це стосується захисту козирків лап і тильних частин шарошок доліт [55–57]. Використовуючи теоретичні підходи на стадії розробки складів матеріалів і покриттів та зміцнювальних технологій [58–60] і враховуючи технологічну спадковість та якість оброблення металевих поверхонь під час виготовлення [61–63], можна забезпечити надійне функціонування бурових інструментів упродовж життєвого циклу [64]. У цьому напрямі перспективним є використання композитних [65], спеціалізованих гнучких [66], металевих [67] і функціонально ґradientних [68, 69] покриттів.

Експлуатаційні методи подовження ресурсу роботи бурового інструмента передбачають наукове обґрунтування раціональних ре-

жимів експлуатації з урахуванням силового та температурного взаємочину [70–73], забезпечення ретельної очистки вибивачки свердловини [74]. Позитивний вплив на ефективність бурових робіт мають: використання віброзахисних компоновок трубних колон із різних матеріалів [75, 76], встановлення спеціалізованих демпферів і наддолотових амортизаторів [77–80] та балансування [81], а також застосування ефективних способів профілактики та ліквідації ускладнень під час буріння [82–84].

Особливості контактної взаємодії бурильного інструмента з гірською породою є важливим чинником, який визначає енергоємність процесу буріння. Тут залишаються актуальними проблеми уточнених оцінок динаміки стрижнів стосовно задач ліквідації прихоплень бурильної колони [85–87]. Розробка та верифікація моделей взаємодії довгомірних стрижнів з пружним середовищем та оцінка їхньої тріщиностійкості потрібні задля безпечної експлуатації трубопроводів [88–90], підвищення довговічності бурильних колон і забезпечення якісного центрування обсадних труб [91–93].

Під час обертання крицевого шарошкового долота зубці під дією осьового навантаження заглиблюються в гірську породу та руйнують поверхню вибивачки свердловини. За такої взаємодії долота з породою генеруються вертикальні переміщення та виникає динамічна складова осьового навантаження, яку називають осьовою динамічною силою $F_{\text{дин}}$. Загальне осьове навантаження на долото $F_{\text{ос}}$ можна подати сумою двох складників: статичного $F_{\text{ст}}$ і динамічного $F_{\text{дин}}$, який в процесі буріння може набувати як додатніх, так і негативних значень, тобто $F_{\text{ос}} = F_{\text{ст}} \pm |F_{\text{дин}}|$ [94, 95].

У працях [96–98] дано експериментальну оцінку впливу конструктивних і режимних чинників на динаміку бурильного інструмента. Виявлено, що збільшення осьового статичного навантаження $F_{\text{ст}}$ і частоти обертання n сталевого тришарошкового долота приводить до зростання енергії вібропришвидження, а зростання коефіцієнта демпфування β — до її зменшення. З'ясовано, що залежність величини вібропришвидження від цупкості C бурильного інструмента має локальний максимум, який зі збільшенням твердості гірської породи зміщується в область більших значень цупкості. Аналіза одержаних результатів дослідження уможливила надати практичні рекомендації щодо зменшення енергоємності процесу руйнування гірської породи шарошковим долотом і пониження вартості будівництва нафтових і газових свердловин.

Під час обертання долота внаслідок опору поверхні вибивачки переміщенню зубців шарошок виникає реактивний момент і для його подолання до долота прикладають зовнішній обертовий момент, який є другим основним параметром, що характеризує процес взаємодії долота з вибивачкою. Величина моменту залежить від величини осьового навантаження, а процес його зміни в часі відпо-

відає такій же зміні $F_{ос}$, тобто зміна миттєвих значень обертового моменту на долоті в часі $T_{ді}$ представляє собою такий же випадковий процес, як і процес зміни осьового зусилля на долоті [99]. Значення $T_{ді}$ можна подати у вигляді $T_{ді} = \bar{T}_d \pm T_{д.дин.і}$, де \bar{T}_d — середнє значення моменту на долоті, $T_{д.дин.і}$ — динамічний складник моменту на долоті, який виникає в результаті зміни осьового навантаження на долото, різної комбінації фаз роботи елементів озброєння і нерівномірності руйнування вибивачки свердловини.

Основні стендові й експериментальні дослідження впливу параметрів режиму буріння та характеристик гірської породи на обертовий момент на долоті вивчали тільки їхній вплив на процес зміни середнього значення моменту [100, 101]. Дослідження процесу зміни обертового моменту в часі з фіксацією цієї зміни проводилися низкою дослідників [102–105]. Внутрішня структура процесу зміни обертового моменту на долоті не досліджувалась і характер зміни його динамічного складника не вивчався.

Нормальний закон розподілу миттєвих значень крутного моменту є двопараметричним; основні параметри — математичне сподівання (середнє значення) та дисперсія вибірки. Для центрованого випадкового нормального закону математичне сподівання дорівнює нулю, а тому основним параметром є дисперсія вибірок миттєвих значень крутного моменту. Відомо, що зв'язок між дисперсією вибірок центрованих миттєвих значень крутного моменту D_T та середнім значенням потужності (питомої енергії, тобто енергії віднесеної до одиниці часу; далі по тексту — енергії) процесу зміни крутного моменту на долоті \bar{p}^u описується рівністю $D_T = Z^2 n R \bar{p}^u / (\tilde{n} - 1)$, де Z — коефіцієнт переходу, який визначається за результатами тарування давача, \tilde{n} — об'єм вибірки, R — вхідний опір вимірювального тракту [Ом]. Оскільки $Z^2 n R / (\tilde{n} - 1) = \text{const}$, то закономірності зміни потужності (питомої енергії) процесу відповідають закономірностям зміни дисперсії.

Енергетичний спектер динамічного складника обертового моменту, за аналогією зі спектром осьової динамічної сили, є двокомпонентним і містить низькочастотний і зубцевий складники [106]. Низькочастотні коливання збурюються під час перекочування шарошок як гладких конічних конусів вибивачкою свердловини, а зубцеві виникають внаслідок перекочування зубців шарошок поверхнею вибивачки.

Значний інтерес представляють собою дослідження, за результатами яких можна встановити залежності між енергією цих коливань і режимними та конструктивними чинниками процесу руйнування гірської породи на вибивачці свердловини. До конструктивних чинників віднесено цупкість C та коефіцієнт демпфування β бурильного інструмента, а до режимних чинників — осьове статичне навантаження $F_{ст}$ та частоту обертання долота n . Одним із методів встанов-

лення таких залежностей є стендові експериментальні дослідження.

Метою даної роботи є встановлення багатофакторних емпіричних моделей енергії низькочастотних і зубцевих коливань динамічного складника обертового моменту на крицевому долоті та з'ясування на основі цих моделей ступеня впливу зовнішніх чинників на енергію цих коливань.

2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Для встановлення математичних моделей на буровому стенді Івано-Франківського національного державного університету нафти і газу [107] проведено експериментальні дослідження з використанням методики раціонального планування експерименту. За цією методикою комбінація значень незалежних зовнішніх чинників зустрічалася тільки один раз. Кожний з чинників змінювався на чотирьох рівнях. Під час проведення досліджень для зміни параметрів бурильного інструмента використовувалися пристрої, конструкція яких давала змогу змінювати значення цупкості та коефіцієнта демпфування бурильного інструмента незалежно одне від одного. Зміна цупкості в інтервалі 400–2500 кН/м здійснювалася шляхом використання витих пружин натискання різних розмірів у пружному елементі пристрою. Коефіцієнт демпфування під час використання цих пружин є практично незмінним. Для зміни коефіцієнта демпфування компонування бурильного інструмента було використано гідравлічні поглиначі коливань КВЗ-ЛПЖТ. Використання таких поглиначів з різною кількістю клапанних дросельних отворів змінювало коефіцієнт демпфування в інтервалі від 40 (кН·с)/м до 90 (кН·с)/м.

Дослідження проводили у блоках пісковіку Воротищенської світи, твердість яких за штампом рш складала 1440 МПа. Загальна кількість дослідів — 16. Буріння вели крицевим долотом ПІ-93Т-ЦА за постійної витрати промивальної рідини (води), що становила 7 л/с і забезпечувала повне очищення вибивачки від шламу зруйнованої гірської породи.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

На основі аналізу розмірностей моментоемність (середнє значення обертового моменту на долоті) можна подати [107] функціональною залежністю

$$\begin{aligned} \bar{T}_d &= 0,0753k_3 \left(\frac{F_{ст}}{1440 \cdot 10^6} \right)^{\alpha_9} \left(\frac{\omega_d}{8,7026} \right)^{-\alpha_{10}} \left(\frac{C}{1,3392 \cdot 10^8} \right)^{-\alpha_{11}} (a_1 - b_1\beta) = \\ &= 1,26 \cdot 10^{17} k_3 F_{ст}^{\alpha_9} \omega_d^{-\alpha_{10}} C^{-\alpha_{11}} (a_1 - b_1\beta), \end{aligned}$$

де $\omega_d = \pi n / 30$ — кутова швидкість обертання долота [с^{-1}], k_3 , α_9 , α_{10} , α_{11} , a_1 , b_1 — емпіричні коефіцієнти, які підлягають визначенню за результатами експериментальних досліджень, проведених за планованим експериментом.

Аналогічно, багатофакторні емпіричні моделі енергії низькочастотних і зубцевих коливань обертового моменту також подано у вигляді добутку елементарних частинних залежностей для кожного зовнішнього незалежного чинника.

Матрицю планованого експерименту зі значеннями енергії (дисперсії) низькочастотних ($E_{\text{нчк}}$) і зубцевих ($E_{\text{зк}}$) коливань процесу зміни динамічного складника моменту на долоті подано в табл. 1.

3.1. Багатофакторний емпіричний модель множинної нелінійної кореляції енергії низькочастотних коливань динамічного складника обертового моменту на долоті

Емпіричний модель енергії низькочастотних коливань будемо шукати у вигляді добутку окремих залежностей від змінних чинників n , $F_{\text{ст}}$, C , β , тобто

$$E_{\text{нчк}} = B_{\text{ср}} f(n) f(F_{\text{ст}}) f(C) f(\beta) [\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2].$$

У таблицях 2, 3 подано результати визначення енергії $E_{\text{нчк}}$, усереднені відповідно за режимними параметрами n , $F_{\text{ст}}$ та параметрами бурильного інструмента C і β .

Результати підбору частинних емпіричних залежностей (за усередненими експериментальними значеннями) енергії низькочастотних коливань $E_{\text{нчк}}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту від змінних чинників і перевірку умов задовільної апроксимації цими залежностями експериментальних даних наведено у табл. 4. У цій таблиці введено наступні позначення: $P = 1 - \alpha$ — ймовірність існування кореляційної залежності між змінними факторами та величиною $E_{\text{нчк}}$, α — рівень значущості (зона ухвалення рішення двостороння), σ_0 — величина основної похибки через заміну експериментальних даних відповідними емпіричними залежностями, визначеними за програмою підбору коефіцієнтів апроксимувальних частинних емпіричних рівнянь регресії [108, 109] та програмою апроксимації даних поліномами другого та третього степенів.

Для зменшення значення степеня полінома, який використовувався для апроксимації експериментальних даних залежності $E_{\text{нчк}} = f(C)$, застосовувалася методика нейтралізації осьового навантаження та частоти обертання [108]. Результат апроксимації усереднених, скоригованих за цією методикою експериментальних даних поліномом 2-го степеня, є незадовільним; умова $\sigma_0 < 0,1 \bar{E}_{\text{нчк}}$ не

ТАБЛИЦЯ 1. План чотирофакторного експерименту зі значеннями енергії (дисперсії) низькочастотних ($E_{\text{нчк}}$) і зубцевих ($E_{\text{зк}}$) коливань.**TABLE 1.** Plan of a four-factor experiment with values of energy (dispersion) of low-frequency ($E_{\text{нчк}}$) and ($E_{\text{зк}}$) toothed oscillations.

№	n , хв. ⁻¹	$F_{\text{ст}}$, кН	C , кН/м	β , кН·с/м	$E_{\text{нчк}}$, Н ² ·м ²	$E_{\text{зк}}$, Н ² ·м ²
1	82	10	400	0,1	63,879	5,9711
2	82	15	2500	40	39,524	8,4178
3	82	20	800	70	40,275	4,868
4	82	25	1700	90	81,764	9,5207
5	133	10	800	90	19,112	1,5665
6	133	15	1700	70	35,826	6,0765
7	133	20	400	40	77,378	8,3547
8	133	25	2500	0,1	60,119	14,4342
9	188	10	1700	40	15,877	4,8208
10	188	15	800	0,1	32,382	10,8289
11	188	20	2500	90	38,621	13,5633
12	188	25	400	70	89,693	7,9125
13	285	10	2500	70	8,5435	2,1259
14	285	15	400	90	19,331	1,4984
15	285	20	1700	0,1	45,281	20,6741
16	285	25	800	40	60,386	22,7872

виконується.

Згідно з даними таблиці 4, ймовірність існування частинних емпіричних залежностей між $E_{\text{нчк}}$ і зовнішніми незалежними змінними факторами (чинниками) більша за 0,98. Умова існування таких залежностей, — $\sigma_0 < 0,1E_{\text{нчк}}$, — також виконується. Залежності $E_{\text{нчк}} = f(F_{\text{ст}})$, $E_{\text{нчк}} = f(n)$ і $E_{\text{нчк}} = f(\beta)$ задовільно описуються елементарними гладкими «розумними» кривими. Для апроксимації залежності $E_{\text{нчк}} = f(C)$ використано поліном 3-го степеня, який характеризується наявністю мінімаксів.

У таблиці 5 подано усереднені експериментальні значення енергії $E_{\text{нчк}}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту на долоті та значення, знайдені за рівняннями регресії частинних емпіричних залежностей.

Отже, на основі експериментальних даних одержуємо наступний емпіричний модель множинної нелінійної кореляції між енергією $E_{\text{нчк}}$ процесу зміни обертового моменту та змінними чинниками експерименту:

ТАБЛИЦЯ 2. Результати експерименту з визначення енергії $E_{\text{НЧК}}$, усереднені за режимними параметрами.**TABLE 2.** Results of the energy determination experiment $E_{\text{НЧК}}$ averaged by regime parameters.

$F_{\text{ст}}, \text{кН}$ \diagdown $n, \text{хв.}^{-1}$	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	63,879	19,112	15,877	8,5435	107,4115	26,85
15	39,524	35,826	32,382	19,331	127,063	31,77
20	40,275	77,378	38,621	45,281	201,555	50,39
25	81,764	60,119	89,693	60,386	291,962	72,99
Сума	225,442	192,435	176,573	133,542	727,992	182
Середнє	56,36	48,11	44,14	33,39	182	45,5

$$\begin{aligned}
 E_{\text{НЧК}} &= \\
 &= B_{\text{ср}} f(n_d) f(F_{\text{ст}}) f(C) f(\beta) = B_{\text{ср}} (68,8778 \cdot 0,9975^n) (12,5312 e^{0,0962 F_{\text{ст}}}) \times \\
 &\times (120,3544567 - 0,1956411C + 0,00014C^2 - 3,00373 \cdot 10^{-8} C^3) \times \\
 &\times (51,6509 e^{-0,00262\beta}) [\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2].
 \end{aligned} \quad (1)$$

У таблиці 6 наведено значення коефіцієнта B_i , визначені за формулою

$$B_i = \frac{E_{\text{НЧК } i}}{f(F_{\text{ст } i}) f(n_i) f(C_i) f(\beta_i)}, \quad (2)$$

ТАБЛИЦЯ 3. Результати експерименту з визначення енергії $E_{\text{НЧК}}$, усереднені за параметрами бурильного інструмента.**TABLE 3.** The results of the experiment with the assignment of energy $E_{\text{НЧК}}$ averaged over the parameters of the drilling tool.

$\beta, \text{кН}\cdot\text{с}/\text{м}$ \diagdown $C, \text{кН}/\text{м}$	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	63,879	32,382	45,281	60,119	201,661	50,42
40	77,378	60,386	15,877	39,524	193,165	48,29
70	89,693	40,275	35,826	8,5435	174,338	43,58
90	19,331	19,112	81,764	38,621	158,828	39,71
Сума	250,281	152,155	178,748	146,8075	727,992	182
Середнє	62,57	38,04	44,69	36,70	182	45,5

ТАБЛИЦЯ 4. Результати підбору частинних емпіричних залежностей і перевірка умов задовільної апроксимації експериментальних даних (для $E_{\text{нчк}}$).

TABLE 4. The results of the selection of partial empirical dependences and the reverification of the predetermined approximation conditions of experimental data (for $E_{\text{нчк}}$).

Змінний фактор	Частинні емпіричні залежності				Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0,1\bar{E}_{\text{нчк}}$
	82	133	188	285		
$n, \text{хв.}^{-1}$	56,36	48,11	44,14	33,39	0,995 $0,99 < P < 0,998$	1,0 < 4,55
	$E_{\text{нчк}} = 68,8778 \cdot 0,9975^n$					
$F_{\text{ст}}, \text{кН}$	10	15	20	25	0,9956 $0,98 < P < 0,99$	2,69 < 4,55
	$E_{\text{нчк}} = 12,5312 \exp(0,0692 F_{\text{ст}})$					
$C, \text{кН/м}$	400	800	1700	2500	0,9998 $0,999 < P < 1,0$	0,14 < 4,55
	$E_{\text{нчк}} = 120,3544567 - 0,1956411C + 0,00014C^2 - 3,00373 \cdot 10^{-8}C^3$					
$\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$	0,1	40	70	90	0,9842 $0,98 < P < 0,99$	2,11 < 4,55
	$E_{\text{нчк}} = 51,6509 \exp(-0,00262\beta)$					

де $E_{\text{нчк} i}$ — експериментальні значення загальної енергії за даними табл. 1, яка відповідає i -му досліді, $f(F_{\text{ст} i})f(n_i)f(C_i)f(\beta_i)$ — добуток частинних емпіричних залежностей, які відповідають умовам i -го досліді та виділені у табл. 5.

У таблиці 7 наведено статистичні характеристики сукупності значень B_i та результати визначення артефактів (різко відмінних значень коефіцієнта B).

Артефакти знаходяться за межами інтервалу ($B_{\text{ср}} - \Delta, B_{\text{ср}} + \Delta$), причому

$$\Delta = t_{\text{кр}} \sigma \sqrt{\frac{N+1}{N}} = 1,75 \cdot 0,2445 \cdot 10^{-5} \sqrt{17/16} = 0,4410 \cdot 10^{-5}. \quad (3)$$

У формулі (3) $t_{\text{кр}}$ — критична точка Стьюдентового розподілу, визначена за рівнем значущості $\alpha = 0,1$ та числом ступенів вільності $k = N - 1$ (N — об'єм сукупності значень коефіцієнта B). Отже, інтервал виділення артефактів ($0,6013 \cdot 10^{-5}, 1,4833 \cdot 10^{-5}$). Як бачимо, статистична сукупність не містить артефактів.

Величина коефіцієнта варіації

ТАБЛИЦЯ 5. Усереднені експериментальні значення енергії $E_{\text{нчк}}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту на долоті та значення, знайдені за рівняннями регресії частинних емпіричних залежностей.

TABLE 5. Average experimental energy values $E_{\text{нчк}}$ of the process of changing the dynamic storage wrapping moment on the bit and the value found in the regression of partial empirical deposits.

$n, \text{хв.}^{-1}$	82	133	188	285
Усереднені експериментальні значення $E_{\text{нчк}}$	56,36	48,11	44,14	33,39
$E_{\text{нчк}} = 68,8778 \cdot 0,9975^n$	56,10	49,37	43,03	33,75
$F_{\text{ст}}, \text{кН}$	10	15	20	25
Усереднені експериментальні значення $E_{\text{нчк}}$	26,85	31,77	50,39	72,99
$E_{\text{нчк}} = 12,5312 \exp(0,0692 F_{\text{ст}})$	25,03	35,38	50,01	70,68
$C, \text{кН/м}$	400	800	1700	2500
Усереднені експериментальні значення $E_{\text{нчк}}$	62,57	38,04	44,69	36,7
$E_{\text{нчк}} = 120,3544567 - 0,1956411C + 0,00014C^2 - 3,00373 \cdot 10^{-8}C^3$	62,58	38,06	44,79	36,92
$\beta, \text{кН} \cdot \text{с/м}$	0,1	40	70	90
Усереднені експериментальні значення $E_{\text{нчк}}$	50,42	48,29	43,58	39,71
$E_{\text{нчк}} = 51,6509 \exp(-0,00262\beta)$	51,64	46,51	43,0	40,80

$$K_{\text{вар}} = \frac{\sigma_{\text{в}}}{R_{\text{ср}}} \cdot 100\% = \frac{0,2445}{1,0423} \cdot 100\% = 23,5\% . \quad (4)$$

Це значення знаходиться в інтервалі від 10% до 33%, тобто сукупність є однорідною середньої мінливості, а середнє значення $1,0423 \cdot 10^{-5}$ є типовим рівнем ознаки цієї сукупності.

Отже, шукане рівняння багатофакторного емпіричного моделю множинної кореляції, визначене за експериментальними даними, буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} E_{\text{нчк}} &= 1,0423 \cdot 10^{-5} \cdot (68,8778 \cdot 0,9975^n)(12,5312 e^{0,0962 F_{\text{ст}}}) \times \\ &\times (120,3544567 - 0,1956411C + 0,00014C^2 - 3,00373 \cdot 10^{-8}C^3) \times \\ &\times (51,6509 e^{-0,00262\beta}) [\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

У таблиці 8 наведено значення енергії $E_{\text{нчк м}}$, визначені за рівнянням багатофакторного моделю, та величини відносної похибки

ТАБЛИЦЯ 6. Значення коефіцієнта B_i для всіх дослідів планованого експерименту (для $E_{\text{нчк}}$).

TABLE 6. The value of the coefficient B_i for all the results of the planned experiment (for $E_{\text{нчк}}$).

№	1	2	3	4	5	6
B_i	$1,4033 \cdot 10^{-5}$	$1,3232 \cdot 10^{-5}$	$0,8816 \cdot 10^{-5}$	$1,1386 \cdot 10^{-5}$	$0,9928 \cdot 10^{-5}$	$1,0658 \cdot 10^{-5}$
№	7	8	9	10	11	12
B_i	$1,0822 \cdot 10^{-5}$	$0,9118 \cdot 10^{-5}$	$0,7054 \cdot 10^{-5}$	$1,0832 \cdot 10^{-5}$	$1,1044 \cdot 10^{-5}$	$1,1058 \cdot 10^{-5}$
№	13	14	15	16		
B_i	$0,6350 \cdot 10^{-5}$	$0,6346 \cdot 10^{-5}$	$1,1657 \cdot 10^{-5}$	$1,4429 \cdot 10^{-5}$		

(ВП) між цими значеннями й експериментальними значеннями планованого експерименту $E_{\text{нчк}}$ з табл. 1, знайдені за формулою

$$\text{ВП (\%)} = \frac{E_{\text{нчк}} - E_{\text{нчк м}}}{E_{\text{нчк}}} \cdot 100\%. \quad (6)$$

На рисунку 1 зображено графіки частинних залежностей $E_{\text{нчк}} = f(F_{\text{ст}})$, $E_{\text{нчк}} = f(n)$, $E_{\text{нчк}} = f(\beta)$ і $E_{\text{нчк}} = f(C)$, побудовані за значеннями емпіричних рівнянь регресії, наведеними в табл. 5.

3.2. Багатофакторний емпіричний модель множинної нелінійної кореляції енергії зубцевих коливань динамічного складника обертового моменту на долоті

Так само, як і в попередньому випадку, емпіричний модель зубцевих коливань будемо шукати у вигляді

$$E_{\text{зк}} = B_{\text{сп}} f(n_d) f(F_{\text{ст}}) f(\beta) f(C) [\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2].$$

У таблицях 9, 10 наведено результати визначення енергії $E_{\text{зк}}$,

ТАБЛИЦЯ 7. Статистичні характеристики вибірки та результати відбракування артефактів (для $E_{\text{нчк}}$). $B'_{\text{сп}}, D'_B, \sigma'_B$ — статистичні характеристики вибірки значень коефіцієнта B_i без артефактів.

TABLE 7. Statistical characteristics of the selection and the results of the rejection of artefacts (for $E_{\text{нчк}}$). $B'_{\text{сп}}, D'_B, \sigma'_B$ — statistical characteristics of a sample of values of the B_i coefficient without artefacts.

$B_{\text{сп}}$	D_B	σ_B	$K_{\text{ст}}$	Артефакти	$B'_{\text{сп}}$	D'_B	σ'_B
$1,0423 \cdot 10^{-5}$	$5,9780 \cdot 10^{-12}$	$0,2445 \cdot 10^{-5}$	1,75 ($\alpha = 0,1$)	—	—	—	—

ТАБЛИЦЯ 8. Експериментальні значення енергії $E_{\text{нчк}}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту на долоті та значення, визначені за емпіричним моделем множинної нелінійної кореляції. Середнє значення відносної похибки $\text{ВП}_{\text{cp}} = 21,1\%$.

TABLE 8. Experimental energy values $E_{\text{нчк}}$ of the process of changing the dynamic storage of the torque on the bit and the value, which is the value for the empirical model of the multiple non-linear correlation. The average value of the relative error $\text{ВП}_{\text{cp}} = 21.1\%$.

№	$n, \text{хв.}^{-1}$	$F_{\text{ст}}, \text{кН}$	$C, \text{кН/м}$	$\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$	$E_{\text{нчк}}, \text{Н}^2\cdot\text{м}^2$	$E_{\text{нчк м}}, \text{Н}^2\cdot\text{м}^2$	ВП, %
1	82	10	400	0,1	63,879	47,45	25,7
2	82	15	2500	40	39,524	31,13	21,4
3	82	20	800	70	40,275	47,616	-18,2
4	82	25	1700	90	81,764	74,848	8,5
5	133	10	800	90	19,112	20,065	-5,0
6	133	15	1700	70	35,826	35,034	2,2
7	133	20	400	40	77,378	74,528	3,7
8	133	25	2500	0,1	60,119	68,725	-14,3
9	188	10	1700	40	15,877	23,461	-47,8
10	188	15	800	0,1	32,382	31,608	2,4
11	188	20	2500	90	38,621	33,618	13
12	188	25	400	70	89,693	84,543	5,7
13	285	10	2500	70	8,5435	14,231	-66,6
14	285	15	400	90	19,331	31,751	-64,2
15	285	20	1700	0,1	45,281	40,487	10,6
16	285	25	800	40	60,386	43,620	27,8

усереднені відповідно за режимними параметрами n , $F_{\text{ст}}$ та параметрами бурильного інструмента C і β .

Результати підбору частинних емпіричних залежностей (за усередненими експериментальними значеннями) енергії $E_{\text{зк}}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту від змінних чинників і перевірку умов задовільної апроксимації цими залежностями експериментальних даних наведено у табл. 11. Позначення в цій таблиці такі ж, як і в табл. 4. Видно, що ймовірність існування частинних емпіричних залежностей між $E_{\text{нчк}}$ та зовнішніми незалежними змінними чинниками більша за 0,95. Умова існування таких залежностей $\sigma_0 < 0,1 \overline{E_{\text{зк}}}$ також виконується. Залежності $E_{\text{зк}} = f(F_{\text{ст}})$, $E_{\text{зк}} = f(n)$ і $E_{\text{зк}} = f(\beta)$ задовільно описуються елементарними гладкими «розумними» кривими. Для апроксимації залежності $E_{\text{зк}} = f(C)$ використано поліном другого степеня, який характеризується ная-

вністю локального максимуму. У таблиці 12 подано усереднені експериментальні значення енергії $E_{зк}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту на долоті та значення, знайдені за рівняннями регресії частинних емпіричних залежностей.

Отже, на основі експериментальних даних одержуємо емпіричний модель множинної нелінійної кореляції між енергією $E_{зк}$ процесу зміни обертового моменту та змінними чинниками експерименту:

$$E_{зк} = B_{ср} f(n_d) f(F_{ст}) f(\beta) f(C) = B_{ср} (5,6786 \cdot 1,0025^n) \times \\ \times (11,5006 \ln F_{ст} - 23,31175)(3,437581 + 0,008865C - \\ - 2,59269 \cdot 10^{-6} C^2)(13,059 - 1,121909 \cdot 10^{-3} \beta^2) [\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2]. \quad (7)$$

У таблиці 13 наведено значення коефіцієнта B_i , визначені за формулою

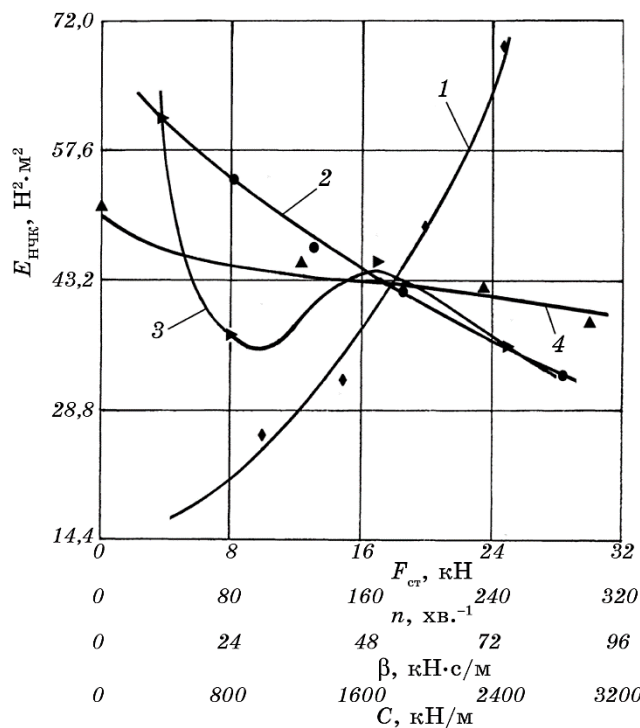


Рис. 1. Графіки частинних залежностей, одержаних методом планованого експерименту: 1 (♦) — $E_{нчк} = f(F_{ст})$, 2 (●) — $E_{нчк} = f(n)$, 3 (▶) — $E_{нчк} = f(C)$, 4 (▲) — $E_{нчк} = f(\beta)$.

Fig. 1. Graphs of partial dependences obtained by the method of a planned experiment: 1 (♦) — $E_{нчк} = f(F_{ст})$, 2 (●) — $E_{нчк} = f(n)$, 3 (▶) — $E_{нчк} = f(C)$, 4 (▲) — $E_{нчк} = f(\beta)$.

ТАБЛИЦЯ 9. Результати експерименту з визначення енергії $E_{зк}$, усереднені за значеннями режимних параметрів.

TABLE 9. The results of the experiment with the assignment of energy $E_{зк}$ averaged over the values of the regime parameters.

$n, \text{хв.}^{-1}$ $F_{ст}, \text{кН}$	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	5,9711	1,5665	4,8208	2,1259	14,4843	3,62
15	8,4178	6,0765	10,8289	1,4984	26,8216	6,71
20	4,868	8,3547	13,5633	20,6741	47,4601	11,86
25	9,5207	14,4342	7,9125	22,7872	54,6546	13,66
Сума	28,7776	30,4319	37,1255	47,0856	143,4206	35,85
Середнє	7,19	7,61	9,28	11,77	35,85	8,9625

$$B_i = \frac{E_{зк i}}{f(F_{ст i})f(n_i)f(C_i)f(\beta_i)}, \quad (8)$$

де $E_{зк i}$ — експериментальні значення енергії зубцевих коливань за даними табл. 1, яка відповідає i -му досліді, $f(F_{ст i})f(n_i)f(C_i)f(\beta_i)$ — добуток частинних емпіричних залежностей, які відповідають умовам i -го досліді та виділені у табл. 12.

У таблиці 14 наведено статистичні характеристики сукупності значень B_i та результати визначення артефактів, які знаходяться за межами інтервалу $(B_{ср} - \Delta, B_{ср} + \Delta)$.

Оскільки

ТАБЛИЦЯ 10. Результати експерименту з визначення енергії $E_{зк}$, усереднені за значеннями параметрів бурильного інструмента.

TABLE 10. The results of the experiment with the designation of energy $E_{зк}$ averaged over the values of the parameters of the drilling tool.

$C, \text{кН/м}$ $\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	5,9711	10,8289	20,6741	14,4342	51,9083	12,98
40	8,3547	22,7872	4,8208	8,4178	44,3805	11,10
70	7,9125	4,868	6,0765	13,5633	32,4203	8,10
90	1,4984	1,5665	9,5207	2,1259	14,7115	3,68
Сума	23,7367	40,0506	41,0921	38,5412	143,4206	
Середнє	5,93	10,01	10,27	9,64		

ТАБЛИЦЯ 11. Результати підбору частинних емпіричних залежностей і перевірка умов задовільної апроксимації експериментальних даних (для $E_{зк}$).

TABLE 11. The results of the selection of partial empirical dependences and the reverification of the predetermined approximation conditions of experimental data (for $E_{зк}$).

Змінний фактор	Частинні емпіричні залежності				Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0,1\bar{E}_{зк}$
$n, \text{хв.}^{-1}$	82	133	188	285	0,9899 $0,98 < P < 0,99$	0,25 < 0,896
	7,19	7,61	9,28	11,77		
$E_{зк} = 5,6786 \cdot 1,0025^n$						
$F_{ст}, \text{кН}$	10	15	20	25	0,9844 $0,98 < P < 0,99$	0,813 < 0,896
	3,62	6,71	11,86	13,66		
$E_{зк} = 11,5006 \ln F_{ст} - 23,31175$						
$C, \text{кН/м}$	400	800	1700	2500	0,95 $0,95 < P < 0,98$	0,88 < 0,896
	5,93	10,01	10,27	9,64		
$E_{зк} = 3,437581 + 0,008865C - 2,59269C^2$						
$\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$	0,1	40	70	90	0,996 $0,99 < P < 0,998$	0,369 < 0,896
	12,98	11,1	8,1	3,68		
$E_{зк} = 13,059 - 1,121909 \cdot 10^{-3} \beta^2$						

$$\Delta = t_{кр} \sigma \sqrt{(N+1)/N} = 1,75 \cdot 0,8115 \cdot 10^{-3} \sqrt{17/16} = 1,4638 \cdot 10^{-3}, \quad (9)$$

то інтервал виділення артефактів — $(0,0781 \cdot 10^{-3}, 3,0057 \cdot 10^{-3})$.

Коефіцієнт варіації складає:

$$K_{вар} = \frac{\sigma_B}{B_{ср}} 100\% = \frac{0,4046}{1,2805} \cdot 100\% = 31,6\%. \quad (10)$$

Оскільки знайдене значення $K_{вар}$ знаходиться в інтервалі від 10% до 33%, то сукупність є однорідною середньою мінливості, а середнє значення $1,2805 \cdot 10^{-3}$ є типовим рівнем ознаки цієї сукупності.

Отже, рівняння багатофакторного емпіричного моделю множинної кореляції, визначене за даними експерименту, матиме вигляд:

$$E_{зк} = 1,2805 \cdot 10^{-3} \cdot (5,6786 \cdot 1,0025^n) (11,5006 \ln F_{ст} - 23,31175) \times \\ \times (3,437581 + 0,008865C - 2,59269 \cdot 10^{-6} C^2) \times \\ \times (13,059 - 1,121909 \cdot 10^{-3} \beta^2) [\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2]. \quad (11)$$

ТАБЛИЦЯ 12. Усереднені експериментальні значення енергії $E_{зк}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту на долоті та значення, знайдені за рівняннями регресії частинних емпіричних залежностей.

TABLE 12. Average experimental energy values $E_{зк}$ the process of changing the dynamic storage of the torque on the bit and the value found in the regression of partial empirical deposits.

$n, \text{хв.}^{-1}$	82	133	188	285
Усереднені експериментальні значення $E_{зк}$	7,19	7,61	9,28	11,77
$E_{зк} = 5,6786 \cdot 1,0025^n$	6,97	7,92	9,08	11,57
$F_{ст}, \text{кН}$	10	15	20	25
Усереднені експериментальні значення $E_{зк}$	3,62	6,71	11,86	13,66
$E_{зк} = 11,5006 \ln F_{ст} - 23,31175$	3,17	7,83	11,14	13,71
$C, \text{кН/м}$	400	800	1700	2500
Усереднені експериментальні значення $E_{зк}$	5,93	10,01	10,27	9,64
$E_{зк} = 3,437581 + 0,008865C - 2,59269C^2$	6,57	8,87	11,02	9,4
$\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$	0,1	40	70	90
Усереднені експериментальні значення $E_{зк}$	12,98	11,1	8,1	3,68
$E_{зк} = 13,059 - 1,121909 \cdot 10^{-3} \beta^2$	13,06	11,26	7,56	3,97

В таблиці 15 наведено значення енергії $E_{зк м}$, визначені за рівнянням багатофакторного моделю, та величини ВП між цими значеннями й експериментальними значеннями планованого експерименту $E_{зк}$ з табл. 1, знайдені за формулою

$$\text{ВП} [\%] = \frac{E_{зк} - E_{зк м}}{E_{зк}} \cdot 100\%. \quad (6)$$

На рисунку 2 зображено графіки частинних залежностей $E_{зк} = f(F_{ст})$, $E_{зк} = f(n)$, $E_{зк} = f(\beta)$ і $E_{зк} = f(C)$, побудовані за значеннями емпіричних рівнянь регресії, наведеними в табл. 11.

3.3. Аналіза частинних залежностей, одержаних за емпіричними рівняннями регресії

На рисунках 3–6 зображено графіки частинних емпіричних залежностей енергії низькочастотних і зубцевих коливань від кожного

ТАБЛИЦЯ 13. Значення коефіцієнта B_i для всіх дослідів планованого експерименту (для $E_{зк}$).

TABLE 13. The value of the coefficient B_i for all the results of the planned experiment (for $E_{зк}$).

№	1	2	3	4	5	6
B_i	$3,14959 \cdot 10^{-3}$	$1,45726 \cdot 10^{-3}$	$0,93495 \cdot 10^{-3}$	$2,27733 \cdot 10^{-3}$	$1,77187 \cdot 10^{-3}$	$1,17615 \cdot 10^{-3}$
№	7	8	9	10	11	12
B_i	$1,28002 \cdot 10^{-3}$	$1,08283 \cdot 10^{-3}$	$1,34975 \cdot 10^{-3}$	$1,31483 \cdot 10^{-3}$	$3,59316 \cdot 10^{-3}$	$1,27968 \cdot 10^{-3}$
№	13	14	15	16		
B_i	$0,81564 \cdot 10^{-3}$	$0,63413 \cdot 10^{-3}$	$1,11451 \cdot 10^{-3}$	$1,43833 \cdot 10^{-3}$		

зовнішнього чинника окремо.

Частинні емпіричні залежності $E_{нчк} = f(F_{ст})$ і $E_{зк} = f(F_{ст})$ (див. рис. 3) є монотонно зростаючими, тобто зі збільшенням статичного осевого навантаження на долото енергія процесу зміни динамічного складника обертового моменту на частотах «ґрунтових» і зубцевих коливань збільшується. Величина енергії низькочастотних коливань значно більша за енергію зубцевих коливань. Так, для осевого навантаження у 25 кН відношення $E_{нчк}/E_{зк}$ складає 5,3. Екстремуми енергії на графіках цих залежностей не спостерігаються.

Як свідчить рис. 4, характер зміни енергії динамічного складника для низькочастотних і зубцевих коливань її спектру є діаметрально протилежним. Зі збільшенням частоти обертання енергія низькочастотних коливань зменшується, а енергія зубцевих — навпаки, збільшується. Це пояснюється різною природою утворення цих коливань. Низькочастотні коливання виникають під час перекочування шарошок долота як гладких конусів по нерівній поверхні вибивачки та зі зменшенням часу контакту долота з вибивачкою, відповідно, зменшується й енергія цих коливань. Зубцеві ж коливання виникають під час ударів зубців шарошок долота об поверхню

ТАБЛИЦЯ 14. Статистичні характеристики вибірки та результати відбракування артефактів (для $E_{зк}$). B'_{cp}, D'_B, σ'_B — статистичні характеристики вибірки значень коефіцієнта B_i без артефактів.

TABLE 14. Statistical characteristics of the selection and the results of the rejection of artefacts (for $E_{зк}$). B'_{cp}, D'_B, σ'_B — statistical characteristics of a sample of values of the B_i coefficient without artefacts.

B'_{cp}	D'_B	σ'_B	$K_{ст}$	Артефакти	B'_{cp}	D'_B	σ'_B
$1,5419 \cdot 10^{-3}$	$0,6585 \cdot 10^{-6}$	$0,8115 \cdot 10^{-3}$	1,75	$3,14959 \cdot 10^{-3}$	$1,2805 \cdot 10^{-3}$	$0,1637 \cdot 10^{-6}$	$0,4046 \cdot 10^{-3}$
				$(\alpha = 0,1)$	$3,59316 \cdot 10^{-3}$		

ТАБЛИЦЯ 15. Експериментальні значення енергії $E_{зк}$ процесу зміни динамічного складника обертового моменту на долоті та значення, знайдені за емпіричним моделем множинної нелінійної кореляції. Середнє значення відносної похибки без відбракованих результатів першого й одинадцятого дослідів $ВП_{ср} = 18,2\%$.

TABLE 15. Experimental energy values $E_{зк}$ of the process of changing the dynamic storage of the torque on the bit and the values found for the empirical model of the multiple non-linear correlation. The average value of the relative error without rejected results of the first and eleventh experiments $ВП_{ср} = 18.2\%$.

№	$n, \text{хв.}^{-1}$	$F_{ст}, \text{кН}$	$C, \text{кН/м}$	$\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$	$E_{зк}, \text{Н}^2\cdot\text{м}^2$	$E_{зк м}, \text{Н}^2\cdot\text{м}^2$	ВП, %
1	82	10	400	0,1	5,9711	не визначено	–
2	82	15	2500	40	8,4178	7,3968	12,1
3	82	20	800	70	4,868	6,667	–37
4	82	25	1700	90	9,5207	5,3533	43,8
5	133	10	800	90	1,5665	1,1422	27,1
6	133	15	1700	70	6,0765	6,6156	–8,9
7	133	20	400	40	8,3547	8,3579	–0,04
8	133	25	2500	0,1	14,4342	17,0692	–18,3
9	188	10	1700	40	4,8208	4,5735	5,1
10	188	15	800	0,1	10,8289	10,5462	2,6
11	188	20	2500	90	13,5633	не визначено	–
12	188	25	400	70	7,9125	7,9176	–0,06
13	285	10	2500	70	2,1259	3,3375	–57
14	285	15	400	90	1,4984	3,0257	–101,9
15	285	20	1700	0,1	20,6741	23,7534	–14,9
16	285	25	800	40	22,7872	20,2868	11

вибивачки свердловини в процесі її (поверхні) руйнування. Зі збільшенням частоти обертання долота число цих ударів зростає та, відповідно, збільшується енергія зубцевих коливань. Частинні емпіричні залежності $E_{нчк} = f(n)$ і $E_{зк} = f(n)$, графіки яких подано на рис. 3, є монотонними, тобто мінімами та максимумами енергії не спостерігаються.

Графіки залежностей $E_{нчк} = f(\beta)$ і $E_{зк} = f(\beta)$, зображені на рис. 5, є монотонно спадними, тобто мінімами та максимумами енергії в розглядуваному діапазоні значень β не спостерігаються. Вплив зміни коефіцієнта демпфування на ці коливання є практично однаковим. Зі збільшенням величини β енергія коливань значно зменшується. Так, для $\beta = 90 \text{ кН}\cdot\text{с/м}$ величина $E_{нчк}$ зменшилася в 1,27 рази, а $E_{зк}$

— в 3,29 рази. Частинні емпіричні залежності $E_{нчк} = f(C)$ і $E_{зк} = f(C)$, графіки яких подано на рис. 6, представлено поліномами третього та другого степенів, які характеризуються наявністю мінімаксів. Максимальні значення енергії $E_{нчк}$ і $E_{зк}$ зафіксовано практично за однакового значення цупкості C . Для $E_{нчк}$ воно складає 1722 кН/м, а для $E_{зк}$ — 1710 кН/м.

Найліпшим варіантом підбору емпіричної частинної елементарної залежності за [108] є залежність $E_{нчк} = C / (0,28C - 4,31424)$. Ймовірність існування такої залежності знаходиться (за емпіричним значенням коефіцієнта парної нелінійної кореляції у 0,9899) в межах 0,98–0,99. За цією залежністю енергія низькочастотних коливань монотонно зменшується зі збільшенням цупкості бурильного інструмента. Недоліком підбору такої залежності є значна основна похибка апроксимації, за якої не виконується умова

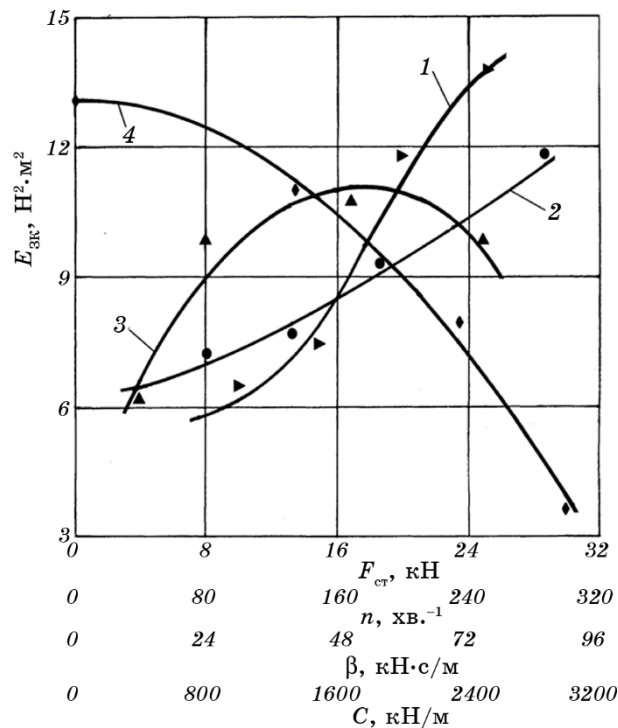


Рис. 2. Графіки частинних залежностей, одержаних методом планованого експерименту: 1 (►) — $E_{зк} = f(F_{ст})$, 2 (•) — $E_{зк} = f(n)$, 3 (▲) — $E_{зк} = f(C)$, 4 (◆) — $E_{зк} = f(\beta)$.

Fig. 2. Graphs of partial dependences obtained by the method of planned experiment: 1 (►)— $E_{зк} = f(F_{ст})$, 2 (•)— $E_{зк} = f(n)$, 3 (▲)— $E_{зк} = f(C)$, 4 (◆)— $E_{зк} = f(\beta)$.

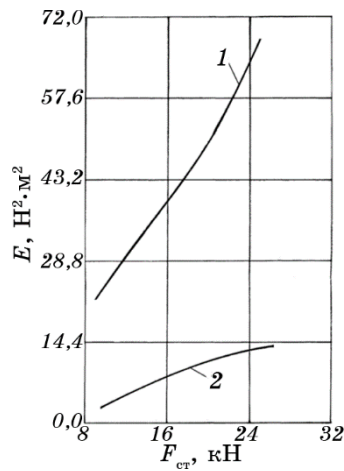


Рис. 3. Графіки частинних залежностей, одержаних за емпіричними рівняннями регресії: 1 — $E_{нчк} = f(F_{ст})$, 2 — $E_{зк} = f(F_{ст})$.

Fig. 3. Graphs of partial dependences obtained by empirical regression equations: 1 — $E_{нчк} = f(F_{ст})$, 2 — $E_{зк} = f(F_{ст})$.

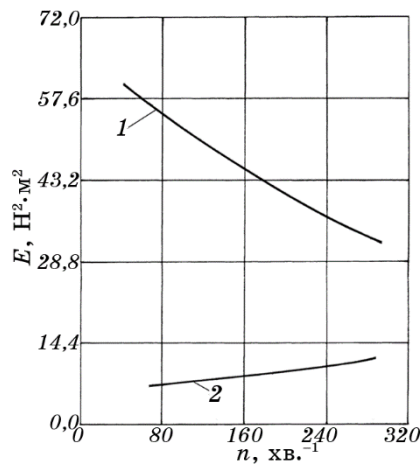


Рис. 4. Графіки частинних залежностей, одержаних за емпіричними рівняннями регресії: 1 — $E_{нчк} = f(n)$, 2 — $E_{зк} = f(n)$.

Fig. 4. Graphs of partial dependences obtained by empirical regression equations: 1 — $E_{нчк} = f(n)$, 2 — $E_{зк} = f(n)$.

$\sigma_0 < 0,1\bar{E}_{нчк}$ ($5,42 > 0,1 \cdot 45,5$). Невиконання цієї умови і було причиною апроксимації експериментальних даних поліномом 3-го степеня.

На рисунку 6 зображено графік залежності енергоємності \bar{W}_{II}

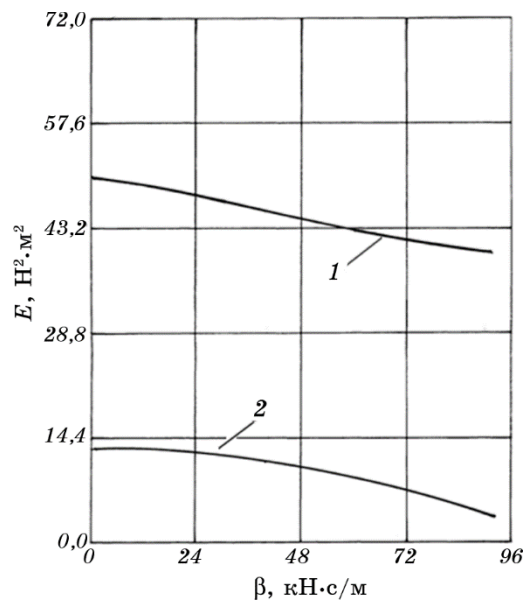


Рис. 5. Графіки частинних залежностей одержаних, за емпіричними рівняннями регресії: 1 — $E_{\text{НЧК}} = f(\beta)$, 2 — $E_{\text{ЗК}} = f(\beta)$.

Fig. 5. Graphs of partial dependences obtained by empirical regression equations: 1 — $E_{\text{НЧК}} = f(\beta)$, 2 — $E_{\text{ЗК}} = f(\beta)$.

процесу руйнування гірської породи від цупкості бурильного інструмента, значення якої наведено в [107]. Цю залежність представлено поліномом другого степеня. Локальний мінімум енергоємності одержано за значення $C = 1375$ кН/м. Згідно з рисунком 6, мінімум енергоємності не збігається з максимумами енергії низькочастотних і зубцевих коливань, тобто їх одержано за різних значень цупкості бурильного інструмента, щоправда, ця різниця є незначною та складає $1710 - 1375 = 335$ кН/м.

Для більш детальної аналізи пропонуємо ввести критерій K_v оцінки інтенсивності впливу зовнішнього чинника на енергію коливного процесу, який представляє собою відношення значення енергії за певного рівня чинника до мінімального значення енергії в досліджуваному діапазоні значень зовнішнього чинника.

Наприклад, для значення $C = 400$ кН/м коефіцієнт K_v складає $C_{400}/C_{\text{мін}} = 62,58/36,92 = 1,695$. Значення енергії беремо за емпіричним частинним рівнянням регресії. В таблиці 16 наведено значення критерію для всіх рівнів зовнішніх чинників.

Згідно з даними таблиці 16, найвагоміший вплив на енергію низькочастотних і зубцевих коливань має осьове навантаження на долото. Зі збільшенням навантаження $F_{\text{ст}}$ від 10 кН до 25 кН енергія ни-

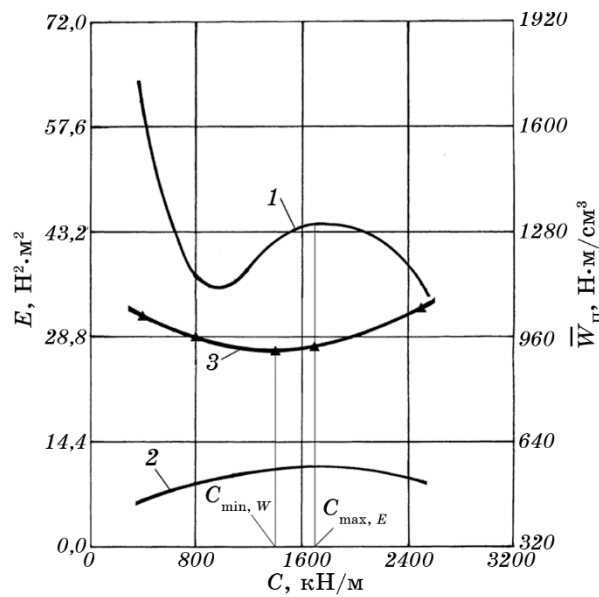


Рис. 6. Графіки частинних залежностей, одержаних за емпіричними рівняннями регресії: 1 — $E_{\text{нчк}} = f(C)$, 2 — $E_{\text{зк}} = f(C)$, 3 — $\bar{W}_{\text{п}} = f(C)$.

Fig. 6. Graphs of partial dependences obtained by empirical regression equations: 1 — $E_{\text{нчк}} = f(C)$, 2 — $E_{\text{зк}} = f(C)$, 3 — $\bar{W}_{\text{п}} = f(C)$.

зкочастотних коливань збільшується в 2,79 рази, а зубцевих — в 4,325 рази.

Для всіх інших зовнішніх чинників, а саме, частоти обертання, коефіцієнта демпфування та цупкості бурильного інструмента, енергія низькочастотних коливань зменшується. Зі зміною частоти обертання від 82 хв.⁻¹ до 285 хв.⁻¹ $E_{\text{нчк}}$ зменшується в 1,662 рази, зі зміною коефіцієнта демпфування від 0,1 до 90 кН·с/м — в 1,266 рази, а зі зміною цупкості від 400 до 2500 кН/м — в 1,695 рази.

Зі зміною частоти обертання від 82 до 285 хв.⁻¹ енергія зубцевих коливань збільшилася в 1,66 рази, а зі зміною коефіцієнта демпфування від 0,1 до 90 кН·с/м — зменшилася в 3,29 рази.

Зміна цупкості неоднозначно впливає на енергію зубцевих коливань. Зі зміною цупкості від 400 кН/м до 1700 кН/м енергія збільшується в 1,677 рази; з подальшим збільшенням цупкості до 2500 кН/м відбувається її зменшення в 1,172 рази.

4. ВИСНОВКИ

1. Як свідчать графіки залежностей $E_{\text{нчк}} = f(F_{\text{ст}})$ і $E_{\text{зк}} = f(F_{\text{ст}})$, енергія як низькочастотних, так і зубцевих коливань динамічного складни-

ка обертового моменту на крицевому долоті з ростом осьового навантаження $F_{ст}$ збільшується. Збільшення енергії цих коливань неоднозначно впливає на процес буріння. Зі збільшенням $E_{нчк}$ зростає ймовірність пришвидшеного зношування опор долота й елементів бурильної колони. З іншого боку, збільшення $E_{зк}$ збільшує силу ударів зубців шарошок об поверхню вибивачки, інтенсифікуючи таким чином процес руйнування породи. Вищесказане вказує на необхідність раціонального вибору величини осьового навантаження на долото.

2. Згідно з графіками $E_{нчк} = f(n)$ і $E_{зк} = f(n)$, зі збільшенням частоти обертання долота енергія $E_{нчк}$ зменшується, а енергія $E_{зк}$ зростає. Загалом можна констатувати, що збільшення частоти обертання n позитивно впливає на процес взаємодії долота з вибивачкою. З одного боку, зменшується вплив низькочастотних коливань на зношування долота й елементів бурильної колони, а з іншого боку, підсилюється інтенсивність процесу руйнування породи.

3. Графіки залежностей $E_{нчк} = f(\beta)$ і $E_{зк} = f(\beta)$ свідчать, що зі збільшенням коефіцієнта демпфування β енергія коливань динамічного складника обертового моменту зменшується. Причиною цього є незворотні втрати частини енергії внаслідок дисипації в демпфувальному вузлі пристрою. Віброзахист бурового обладнання поліпшується, проте механічна швидкість буріння, яка є одним з основних техніко-економічних показників процесу руйнування гірської породи, зменшується.

4. Графік залежності $E_{нчк} = f(C)$, незважаючи на наявність локальних мінімумів, уможливило стверджувати, що загалом зі збільшенням цупкості C енергія низькочастотних коливань динамічного складника обертового моменту на долоті зменшується. А от графік залежності $E_{зк} = f(C)$ має чітко виражений локальний максимум. Значення цупкості, за яким зафіксовано цей максимум, не збігається зі значенням, за яким зафіксовано мінімум енергоємності процесу руйнування гірської породи (див. рис. 6). Щоправда різниця між ними є незначною і складає 335 кН/м.

5. Таким чином, одержані результати свідчать про можливість вибору цупкості бурильного інструмента, за якої енергоємність процесу руйнування гірської породи буде мінімальною. Практична реалізація цього твердження вимагає наступних кроків.

– Зафіксувати процес зміни обертового моменту на столі ротора бурової під час буріння декількома (не менше трьох) компоновками низу бурильної колони, до складу яких входять пристрої зміни цупкості різної конструкції. Одночасно фіксувати значення механічної швидкості буріння. Визначити енергоємність процесу руйнування породи.

– За наявності мінімуму енергоємності зафіксувати найближче до його величини значення цупкості компоновання низу бурильної колони (КНБК), за якого енергія зубцевих коливань досягає лока-

ТАБЛИЦЯ 16. Значення критерію K_b оцінки інтенсивності впливу зовнішніх чинників на енергію низькочастотних і зубцевих коливань динамічного складника процесу зміни обертового моменту на долоті.

TABLE 16. The value of the impact intensity evaluation criterion K_b of external factors on the energy of the low-frequency and tooth oscillations of dynamic storage process of changing the torque on the bit.

$F_{ст}, \text{кН}$	10	15	20	25
$E_{НЧК} = 12,6703 \exp(0,0684 F_{ст})$	25,11	35,35	49,76	70,05
K_b	1,0	1,408	1,982	2,79
$n, \text{хв.}^{-1}$	82	133	188	285
$E_{НЧК} = 68,8778 \cdot 0,9975^n$	56,097	49,37	43,03	33,75
K_b	1,662	1,463	1,275	1,0
$\beta, \text{кН} \cdot \text{с/м}$	0,1	40	70	90
$E_{НЧК} = 51,6509 \exp(-0,00262\beta)$	51,64	46,51	43,0	40,80
K_b	1,266	1,140	1,054	1,0
$C, \text{кН/м}$	400	800	1700	2500
$E_{НЧК} = 120,3544567 - 0,1956411C + 0,00014C^2 - 3,00373 \cdot 10^{-8}C^3$	62,58	38,06	44,79	36,9
K_b	1,695	1,031	1,213	1
$F_{ст}, \text{кН}$	10	15	20	25
$E_{ЗК} = 11,5006 \ln F_{ст} - 23,31175$	3,17	7,83	11,14	13,71
K_b	1,0	2,47	3,514	4,325
$n, \text{хв.}^{-1}$	82	133	188	285
$E_{ЗК} = 5,6786 \cdot 1,0025^n$	6,97	7,92	9,08	11,57
K_b	1,0	1,136	1,303	1,660
$\beta, \text{кН} \cdot \text{с/м}$	0,1	40	70	90
$E_{ЗК} = 13,059 - 1,121909 \cdot 10^{-3}\beta^2$	13,06	11,26	7,56	3,97
K_b	3,290	2,836	1,904	1,0
$C, \text{кН/м}$	400	800	1700	2500
$E_{ЗК} = 3,437581 + 0,008865C - 2,59269C^2$	6,57	8,87	11,02	9,4
K_b	1,0	1,35	1,677	1,431

льного максимуму. Проводити подальший процес поглиблення свердловини тільки цією КНБК.

– Оцінити ефективність використання КНБК із пристроєм зміни цупкості, порівнюючи затрати потужності під час буріння з КНБК без пристрою зміни цупкості та за його використання.

Одержані результати у подальшому плануємо використати для

дослідження енергії низькочастотних і зубцевих коливань динамічного складника обертового моменту на долоті під час компонування бурильної колони із труб з різних матеріалів.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА—REFERENCES

1. S. Lashari, A. Takbiri-Borujeni, and E. Fathi, *J. Petrol. Explor. Prod. Technol.*, **9**: 2747 (2019).
2. C. Sridharan and G. Suresh Kumar, *Int. J. Math. Eng. Management Sci.*, **5**: 381 (2020).
3. Y. Xu, H. Zhang, and Z. Guan, *Energies*, **14**: 229 (2021).
4. V. M. Moisyshyn, M. V. Lyskanych, L. V. Borysevych, N. B. Kolych, and R. A. Zhovnuruk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **41**, No. 8: 1087 (2019) (in Ukrainian).
5. A. S. Velichkovich and T. M. Dalyak, *Chem. Petroleum Eng.*, **51**: 188 (2015).
6. A. I. Riznychuk, Ya. M. Famyak, V. V. Fedoriv, V. M. Charkovskyi, R. O. Deineha, and R. B. Stetsiuk, *15th Int. Conf. Monitoring of Geological Processes and Ecological Condition of the Environment (Nov. 17–19, 2021)* (Kyiv: 2021).
7. I. Kessai, S. Benammar, M. Z. Doghmane, and K. F. Tee, *Appl. Sci.*, **10**: 6523 (2020).
8. V. M. Moisyshyn and O. O. Slabyi, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 4: 541 (2018) (in Ukrainian).
9. A. S. Velichkovich, I. I. Popadyuk, and V. M. Shopa, *Chem. Petroleum Eng.*, **46**, Nos. 9–10: 518 (2011).
10. K. G. Levchuk, V. M. Moisyshyn, and I. V. Tsidylo, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 12: 1655 (2016) (in Ukrainian).
11. H. Tong and Y. Shao, *Appl. Sci.*, **12**, No. 6: 3145 (2022).
12. O. Vlasiy, V. Mazurenko, L. Ropyak, and A. Rogal, *Eastern-European J. Enterprise Technol.*, **1**, No. 7 (85): 25 (2017).
13. J. Grydzhuk, I. Chudyk, A. Velychkovych, and A. Andrusyak, *Eastern-European J. Enterprise Technol.*, **1**, No. 7 (97): 6 (2019).
14. O. Bazaluk, A. Velychkovych, L. Ropyak, M. Pashechko, T. Pryhorovska, and V. Lozynskyi, *Energies*, **14**, No. 14: 4198 (2021).
15. Wei Liu and Deli Gao, *Int. J. Refractory Metals Hard Mater.*, **98**: 105537 (2021).
16. L. Ya. Ropyak, T. O. Pryhorovska, and K. H. Levchuk, *Prog. Phys. Met.*, **21**, No. 2: 274 (2020).
17. R. K. Abbas, *Eng. Failure Analysis*, **90**: 554 (2018).
18. A. Slipchuk, R. Jakym, V. Lebedev, and E. Kurkchi, *Advanced Manufacturing Processes II* (Eds. V. Tonkonogyi, V. Ivanov, J. Trojanowska, G. Oborskyi, A. Grabchenko, I. Pavlenko, M. Edl, I. Kuric, and P. Dasic) (Springer: 2021), p. 443.
19. R. S. Yakym and D. Yu. Petryna, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **42**, No. 5: 731 (2020).
20. L. Ropyak, I. Schuliar, and O. Bohachenko, *Eastern-European J. Enterprise Technol.*, **1**, No. 5 (59): 53 (2016) (in Ukrainian).
21. C. Wang, X. Li, Y. Li, W. Xu, and W. Liao, *Shock and Vibration*, **2021**:

- 6666767 (2021).
22. O. Bazaluk, O. Slabyi, V. Vekeryk, A. Velychkovych, L. Ropyak, and V. Lozynskiy, *Energies*, **14**, No. 12: 3514 (2021).
 23. C. Teodoriu and O. Bello, *Energies*, **14**: 4499 (2021).
 24. L. Ropyak, T. Shihab, A. Velychkovych, V. Bilinskiy, V. Malinin, and M. Romaniv, *Ceramics*, **6**: 146 (2023).
 25. M. Bembenek, P. Prisyazhnyuk, T. Shihab, R. Machnik, O. Ivanov, and L. Ropyak, *Materials*, **15**, No. 14: 5074 (2022).
 26. V. I. Dzyuba and Yu. M. Danil'chenko, *Sov. Eng. Research*, **6**, No. 12: 30 (1986).
 27. V. Martsinkovsky, V. Yurko, V. Tarelnik, and Y. Filonenko, *Procedia Eng.*, **39**: 148 (2012).
 28. P. Prisyazhnyuk, M. Molenda, T. Romanyshyn, L. Ropyak, L. Romanyshyn, and V. Vytvytskyi, *Acta Montanistica Slovaca*, **27**, No. 3: 685 (2022).
 29. V. B. Tarelnyk, O. P. Gaponova, Ye. V. Konoplyanchenko, N. S. Yevtushenko, and V. O. Herasymenko, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 6: 795 (2018).
 30. V. M. Holubets, M. I. Pashechko, K. Dzedzic, J. Borc, and A. V. Tisov, *J. Friction Wear*, **41**, No. 5: 443 (2020).
 31. M. Zeng, Y. Zhou, and Y. Ma, *Adv. Mech. Eng.*, **10**, No. 5: 1 (2018).
 32. V. Kotsyubynsky, L. Shyyko, T. Shihab, P. Prisyazhnyuk, V. Aulin, and V. Boichuk, *Mater. Today: Proc.*, **35**: 538 (2019).
 33. V. Kosarchuk, M. Chausov, A. Pylypenko, V. Tverdomed, P. Maruschak, and V. Vasylykiv, *Lubricants*, **10**, No. 4: 64 (2022).
 34. Yu. M. Danil'chenko, *Sov. Eng. Research*, **7**, No. 7: 61 (1987).
 35. A. Krivosheya, J. Danilchenko, M. Storchak, and S. Pasternak, *Mechanisms Machine Sci.*, **34**: 425 (2016).
 36. D. Wheeler, *Lubricants*, **6**, No. 3: 84 (2018).
 37. Y. Wang, C. Qian, L. Kong, Q. Zhou, and J. Gong, *Appl. Sci.*, **10**, No. 8: 2669 (2020).
 38. O. Onysko, L. Borushchak, V. Kopei, T. Lukan, I. Medvid, and V. Vryukalo, *New Technologies, Development and Applications III* (Ed. I. Karabegović) (Springer: 2020), p. 720.
 39. T. Pryhorovska and L. Ropyak, *Proc. Int. Conf. Adv. Optoelectronics Lasers (Sept. 6–8, 2019, Sozopol)*, p. 493.
 40. O. Onysko, V. Panchuk, V. Kopei, Y. Havryliv, and I. Schuliar, *J. Phys.: Conf. Series*, **1781**: 012028 (2021).
 41. L. Ropyak, V. Vytvytskyi, A. Velychkovych, T. Pryhorovska, and M. Shovkopljas, *IOP Conf. Series: Mater. Sci. Eng.*, **1018**: 012014 (2021).
 42. V. Kopei, O. Onysko, C. Barz, P. Dašić, and V. Panchuk, *Machines*, **11**, No. 2: 263 (2023).
 43. I. Shatskiy, L. Ropyak, and A. Velychkovych, *Eng. Solid Mechan.*, **8**, No. 4: 301 (2020).
 44. Y. Y. Striletskyi, S. I. Melnychuk, V. M. Gryga, and O. P. Pashkevych, *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, No. 3: 19 (2020).
 45. L. S. Saakiyan, A. P. Efremov, L. Ya. Ropyak, and A. V. Gorbatskii, *Sov. Mater. Sci.*, **23**, No. 3: 267 (1987).
 46. L. S. Saakiyan, A. P. Efremov, and L. Ya. Ropyak, *Protection of Metals*, **25**, No. 2: 185 (1989).
 47. Y. L. Ivanytskyj, T. M. Lenkovskiy, Y. V. Molkov, V. V. Kulyk, and Z. A. Duriagina, *Archives Mater. Sci. Eng.*, **82**, No. 2: 49 (2016).

48. V. Tyrlych and V. Moisyshyn, *Mining of Mineral Deposits*, **13**, No. 3: 127 (2019).
49. M. Bembenek, T. Mandziy, I. Ivasenko, O. Berehulyak, R. Vorobel, Z. Slobodyan, and L. Ropyak, *Sensors*, **22**, No. 19: 7600 (2022).
50. I. P. Shatskii, *J. Appl. Mech. Technol. Phys.*, **30**, No. 5: 828 (1989).
51. T. O. Pryhorovska, *Machining Sci. Technol.*, **21**, No. 1: 37 (2017).
52. D. A. Panevnik and A. S. Velichkovich, *Neftyanoye Khozyaystvo*, **2017**, No. 1: 70 (2017) (in Russian).
53. O. Bazaluk, O. Dubei, L. Ropyak, M. Shovkopljas, T. Pryhorovska, and V. Lozynskyi, *Energies*, **15**: 83 (2022).
54. V. B. Tarelnyk, O. P. Gaponova, Ye. V. Konoplyanchenko, N. S. Yevtushenko, and V. O. Herasymenko, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 6: 795 (2018).
55. S. Prakash and A. Mukhopadhyay, *Int. J. Mining, Reclamation and Environment*, **34**, No. 2: 101 (2020).
56. S. I. Kryshchtopa, D. Yu. Petryna, I. M. Bogatchuk, I. B. Prun'ko, and V. M. Mel'nyk, *Alloying Mater. Sci.*, **53**, No. 3: 351 (2017).
57. O. Ivanov, P. Prysyzhnyuk, D. Lutsak, O. Matviienkiv, and V. Aulin, *Management Systems in Production Eng.*, **28**, No. 3: 178 (2020).
58. T. M. Radchenko, O. S. Gatsenko, V. V. Lizunov, and V. A. Tatarenko, *Prog. Phys. Met.*, **21**, No. 4: 580 (2020).
59. P. Prysyzhnyuk, R. Bishchak, S. Korniy, M. Panchuk, and V. Kaspruk, *CEUR Workshop Proc.*, **3039**: 300 (2021).
60. K. H. Levchuk, T. M. Radchenko, and V. A. Tatarenko, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **43**, No. 1: 1 (2021) (in Ukrainian).
61. Ya. Kusyi, V. Stupnytskyy, O. Onysko, E. Dragašius, S. Baskutis, and R. Chatys, *Eksploatacja i Niezawodność*, **24**, No. 4: 655 (2022).
62. Y. M. Kusyi and A. M. Kuk, *J. Phys.: Conf. Series*, **1426**, No. 1: 012034 (2020).
63. V. I. Lavrinenko, G. D. Il'nyts'ka, and V. V. Smokvyna, *J. Superhard Mater.*, **33**, No. 4: 261 (2011).
64. V. B. Kopei, O. R. Onysko, and V. G. Panchuk, *J. Phys.: Conf. Ser.*, **1426**, No. 1: 012033 (2020).
65. P. Prysyzhnyuk, D. Lutsak, L. Shlapak, V. Aulin, L. Lutsak, L. Borushchak, and T. Shihab, *Eastern-European J. Enterprise Technol.*, **6**, No. 12: 43 (2018).
66. I. P. Shatskyi, M. V. Makoviichuk, and A. B. Shcherbii, *Shell Structures: Theory and Applications* (Eds. W. Pietraszkiwicz and W. Witkowski) (London: CRC Press: 2017), vol. 4, p. 594.
67. L. Ropyak and V. Ostapovych, *Eastern-European J. Enterprise Technol.*, **2**, No. 5 (80): 50 (2016) (in Ukrainian).
68. I. P. Shatskyi, L. Ya. Ropyak, and M. V. Makoviichuk, *Strength Mater.*, **48**, No. 5: 726 (2016).
69. I. P. Shatskyi, V. V. Perepichka, and L. Y. Ropyak, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **42**, No. 1: 69 (2020) (in Ukrainian).
70. T. O. Pryhorovska, S. S. Chaplinskiy, and I. O. Kudriavtsev, *Petroleum Exploration and Development*, **42**, No. 6: 812 (2015).
71. K. G. Levchuk, *SOCAR Proc.*, No. 2: 23 (2017).
72. V. Moisyshyn, I. Voyevydko, and V. Tokaruk, *Mining of Mineral Deposits*, **14**, No. 3: 128 (2020).
73. R. M. Tatsiy, O. Y. Pazen, S. Y. Vovk, L. Y. Ropyak, and T. O. Pryhorovska, *J. Serbian Society for Computational Mechanics*, **13**, No. 2: 36 (2019).

74. O. Vytyaz, I. Chudyk, and V. Mykhailiuk, *New Developments in Mining Engineering 2015: Theoretical and Practical Solutions of Mineral Resources Mining* (Eds. P. Kharlashin, R. Kuzemko, and V. Sinelnikov) (CRC Press: 2015), p. 591.
75. M. Dutkiewicz, A. Velychkovych, I. Shatskyi, and V. Shopa, *Materials*, **15**, No. 13: 4671 (2022).
76. A. S. Velichkovich, *Chem. Petrol. Eng.*, **41**: 544 (2005).
77. A. A. Bedzir, I. P. Shatskii, and V. M. Shopa, *Int. Appl. Mech.*, **31**, No. 5: 351 (1995).
78. I. Yo. Popadyuk, I. P. Shats'kyi, V. M. Shopa, and A. S. Velychkovych, *J. Math. Sci.*, **215**, No. 2: 243 (2016).
79. V. M. Shopa, I. P. Shatskii, and I. I. Popadyuk, *Sov. Eng. Research*, **9**, No. 3: 42 (1989).
80. I. P. Shats'kyi, V. M. Shopa, and A. S. Velychkovych, *Strength Mater.*, **53**: 277 (2021).
81. V. Royzman, I. Drach, and A. Bubulis, *21st Int. Sci. Conf.: Mechanika* (2016), p. 222.
82. V. Moisyshyn and K. Levchuk, *Mining of Mineral Deposits*, **10**, No. 3: 65 (2016).
83. K. G. Levchuk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 5: 701 (2018) (in Ukrainian).
84. V. Moisyshyn and K. Levchuk, *Oil Gas Sci. Technol.*, **72**, No. 5: 27 (2017).
85. I. P. Shatskii and V. V. Perepichka, *J. Appl. Mech. Techn. Phys.*, **54**, No. 6: 1016 (2013).
86. I. Shatskyi and V. Perepichka, *Dynamical Systems in Applications* (Ed. J. Awrejcewicz) (Springer: 2017), p. 335.
87. I. Shatskyi, V. Perepichka, and M. Vaskovskiy, *Theor. Appl. Mech.*, **48**, No. 1: 29 (2021).
88. M. Dutkiewicz, T. Dalyak, I. Shatskyi, T. Venhrynyuk, and A. Velychkovych, *Appl. Sci.*, **11**, No. 22: 10676 (2021).
89. I. P. Shats'kyi and A. B. Struk, *Strength Mater.*, **41**, No. 5: 548 (2009).
90. A. S. Velychkovych, A. V. Andrusyak, T. O. Pryhorovska, and L. Y. Ropyak, *Oil Gas Sci. Technol.*, **74**: 2019039 (2019).
91. I. I. Vytvytskyi, M. V. Seniushkovych, and I. P. Shatskyi, *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, **28**, No. 5: 29 (2017).
92. I. Shatskyi, I. Vytvytskyi, M. Seniushkovych, and A. Velychkovych, *IOP Conf. Series: Mater. Sci. Eng.*, **564**: 012073 (2019).
93. I. Shatskyi, A. Velychkovych, I. Vytvytskyi, and M. Seniushkovych, *Eng. Solid Mechanics*, **7**, No. 4: 355 (2019).
94. C. Liao, B. Balachandran, M. Karkoub, and Y. L. Abdel-Magid, *J. Vibration Acoustic*, **133**, No. 4: 041008 (2011).
95. Sunit K. Gupta and Pankaj Wahi, *J. Sound Vibration*, **375**: 332 (2016).
96. M. Moisyshyn, B. Borysevych, and R. Shcherbiy, *Mining of Mineral Deposits* (Eds. G. Pivnyak, V. Bondarenko, I. Kovalevs'ka, and M. Illiashov) (CRC Press: 2013), p. 359.
97. V. M. Moisyshyn, M. V. Lyskanych, L. V. Borysevych, and R. A. Zhovnuruk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **42**, No. 12: 1729 (2020).
98. V. M. Moisyshyn, M. V. Lyskanych, L. V. Borysevych, O. Yu. Vytyaz, and I. I. Voznyi, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **43**, No. 5: 689 (2021) (in Ukrainian).

- an).
99. V. M. Mojsyshyn, O. M. Lyskanych, and A. I. Mas'ovs'kyj, *Precarpathian Bulletin of the Shevchenko Scientific Society*, No. 1 (29): 228 (2015) (in Ukrainian).
 100. Guangjian Dong and Ping Chen, *Shock and Vibration*, **2016**: 7418635 (2016).
 101. D. A. Castello and T. G. Ritto, *J. Sound Vibration*, **547**: 117537 (2023).
 102. F. F. Real, D. M. Lobo, T. G. Ritto, and F. A. Pinto, *J. Petroleum Sci. Eng.*, **170**: 755 (2018).
 103. V. I. Gulyaev, S. N. Khudolii, and O. V. Glushakova, *Strength Mater.*, **41**: 613 (2009).
 104. M. Kapitaniak, V. Vaziri, J. P. Chávez, and M. Wiercigroch, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **100**: 454 (2018).
 105. Guangjian Dong and Ping Chen, *Shock and Vibration*, **2016**: 7418635 (2016).
 106. V. M. Mojsyshyn, M. V. Lyskanych, R. A. Zhovnuruk, and Ye. P. Majkovich, *Precarpathian Bulletin of the Shevchenko Scientific Society*, No. 1 (53): 81 (2019) (in Ukrainian).
 107. V. M. Mojsyshyn, B. D. Borysevych, Yu. L. Havryliv, and S. A. Zinchenko, *Stiykist' i Kolyvannya Buryl'noyi Kolony* (Ivano-Frankivsk: Lileya-NV: 2013) (in Ukrainian).
 108. V. M. Mojsyshyn, A. P. Ivasjutyn, V. R. Procjuk, and I. I. Voznyj, *Precarpathian Bulletin of the Shevchenko Scientific Society*, No. 1 (62): 75 (2022) (in Ukrainian).
 109. V. M. Mojsyshyn and A. P. Ivasjutyn, *Komp'yuterna Programa 'Vyznachennya Empirychnykh Rivnyan' Regresiy (Programa 'App. 1')*, Svidotstvo pro Reyestratsiyu Avtors'kogo Prava na Tvir No. 115868 (January 17, 2023) (in Ukrainian).