

PACSnumbers: 71.10.Fd, 75.10.Dg, 75.30.Et, 75.50.Lk, 75.50.Ww, 75.60.Ch, 75.80.+q

## Ефекти «орбітального скла». 4. Термострикція. Механічні властивості. Домени (стінки) Галуа. Сонари

О. І. Міцек, В. М. Пушкар

*Інститут металофізики ім. Г. В. Курдюмова НАН України,  
бульв. Академіка Вернадського, 36,  
03142 Київ, Україна*

Сегрегація орбітальних моментів  $L_r$  утворює «орбітальне скло» (OG). Ковалентні взаємодії  $\Gamma_k$  елементів групи Галуа (GG- $j$ )  $L_r^j$  ( $j = x, y, z = 1, 2, 3$ ) виражаються через елементарні збудження  $E_q$  всередині  $j$ -домени (GG- $j$ ). Зв'язок  $E_q$  з фононами перенормує частоту звуку  $\omega_k$  (додається функціонал  $\Delta\omega_k(E_q)$ ). Межа  $W$  між доменами ( $j = y, z$ ) завтовшки  $\delta_W = (\Gamma/K)^{1/2}$  і з енергією  $E_W = (\Gamma K)^{1/2}$  визначається константою  $K$  анізотропії  $j$ -домени OG. Маса межі ( $m_W \propto E_W$ ) і її стабілізація  $P_W$  задають спектр коливань  $E_W(W_{ij})$ . Його можна використовувати як неферомагнетні сонари.

**Ключові слова:** сегрегація орбітальних моментів, «орбітальне скло» (OG), коливання OG- $j$ -домен і меж ( $W_{ij}$ ) між ними, неферомагнетні сонари.

Orbital-moments' segregation  $L_r$  makes 'orbital glass' (OG). Covalent interactions  $\Gamma_k$  of Galois-group elements (GG- $j$ )  $L_r^j$  ( $j = x, y, z = 1, 2, 3$ ) express by elementary excitations  $E_q$  in  $j$ -domain (GG- $j$ ). Connection  $E_q$  with phonons renormalizes sound frequency  $\omega_k$  (functional  $\Delta\omega_k(E_q)$  is added). Wall between domains ( $j = y, z$ ) with thickness  $\delta_W = (\Gamma/K)^{1/2}$  and energy  $E_W = (\Gamma K)^{1/2}$  is determined by constant  $K$  of  $j$ -domain anisotropy. Wall mass ( $m_W \propto E_W$ ) and its stabilization  $P_W$  give oscillation spectrum  $E_W(W_{ij})$ . It may be used as non-ferromagnetic sonars.

**Key words:** orbital-moments' segregation, orbital glass (OG), oscillations of OG- $j$ -domains and walls ( $W_{ij}$ ) between them, non-ferromagnetic sonars.

Corresponding author: Oleksandr Ivanovych Mitsek  
E-mail: amitsek@gmail.com

*G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics, N.A.S. of Ukraine,  
36 Academician Vernadsky Blvd., UA-03142 Kyiv, Ukraine*

Citation: O. I. Mitsek and V. M. Pushkar, 'Orbital Glass' Effects. 4. Thermostriktion. Mechanical Properties. Galois Domains (Walls). Sonars, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, 46, No. 1: 15–21 (2024) (in Ukrainian). DOI: [10.15407/mfint.46.01.0015](https://doi.org/10.15407/mfint.46.01.0015)

(Отримано 17 листопада 2023 р.; остаточн. варіант — 5 грудня 2023 р.)

## 1. ВСТУП

Фази на атомній фазовій діаграмі (АФД) відрізняються термострикцією [1]. Ця характеристика (деформація  $u_{ij}(T)$  як функція температури  $T$ ) ідентифікує фази АФД і переходи між ними. Вона має проявлятися за сегрегації орбітальних моментів  $L_r$ , утворюючи «орбітальне скло» (OG) [2].

Розраховуємо  $u_{ij}(T)$  однозначно, використовуючи мову багатоелектронних операторних спінів (БЕОС) [3].

Орбітальне скло (OG) займає об'єм  $V_G$  металу (або стопу). Ковалентні зв'язки  $H^{\text{cov}}$  між вузлами  $\mathbf{r}$  і  $\mathbf{r} + \mathbf{p}$  виділяють в Ni,  $U^{238}$  групи Галуа, які складаються з окремих  $L_r$  всередині  $V_G(\text{Ni})$  або пар ( $L_{r\uparrow}$ ,  $L_{r\downarrow}$ ) ( $U^{238}$ ), типу спінових антиферромагнетиків [1,3]. Групи Галуа (GG- $j$ ) із спонтанними деформаціями  $u_{ij}(s)$ , тобто термострикцією  $u_j$  для  $j = 1, 2, 3 = x, y, z$ , є в кубічних Ni, Co,  $U^{238}$ . Типи сегрегацій (GG- $j$ , де  $j = x, y, z$ ), створюють АФД реального металу (ряд  $3d = \text{Co}, \text{Ni}, \dots$ ) або РЗМ ( $4f = \text{Dy}, \dots$ ). Домени, що з'являються (групи Галуа із  $j = x, y, z$ ) розділені доменними (Галуа) межами  $W_{ij}(x)$ , наприклад, між (GG-3) і (GG-2 ( $y$ )). Слідуючи Акулову–Вонсовському, представляємо  $W_{yz}(x0z)$  товщиною  $\delta_{yz}(x)$  з енергією  $E_W[W(x)]$  за аналогією з феромагнетною доменною структурою [1].

Термострикція (в нашій теорії) використовує ідею Акулова на мові БЕОС як для однодоменого OG, так і для багатодоменого  $V_G$ . У звуковому полі

$$u_{ij}(t) \approx \exp(i\omega t) \approx W_{ij}(t) \quad (1.1)$$

вона сприймається як коливання  $V_G(t)$ . Ці хвилі сприймаються сонарами; тому створення сонарів на OG цілком реальне.

Термопружність Галуа (тобто OG) теоретично аналогічна магнетопружності [3]. Немагнетні OG-сонари можуть виявитися простішими (й ефективнішими), ніж магнетострикційні. Зміщення  $W_{ij}(t > t_0)$  змінює спостережувані власні частоти  $V_G(t)$ .

## 2. СТАТИЧНА ТЕРМОСТРИКЦІЯ

Область OG (об'єм  $V_G$  стопу) створює ковалентні взаємодії елементів групи Галуа:

$$H^{\text{cov}} = -\sum \Gamma(\mathbf{p}) L_r L_{r+\mathbf{p}} (\text{Ni}, \dots) \quad (2.1)$$

з функціональним зв'язком

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \Gamma_{\mathbf{p}} + (\nabla \Gamma_{\mathbf{p}})\mathbf{u} \quad (2.2)$$

між йонами Ni (одиначними елементами GG-3). Пари ( $\mathbf{L}_{\uparrow}$ ,  $\mathbf{L}_{\downarrow}$ ), елементи (GG-3), для  $U^{238}$  (немагнетного) змінюють ковалентний зв'язок

$$H^{\text{cov}}[\mathbf{r}, \mathbf{p}] = -\sum \Gamma(\mathbf{p})\mathbf{L}_{\mathbf{r}\uparrow}\mathbf{L}_{\mathbf{r}+\mathbf{p}\downarrow} \quad (2.3)$$

з функціоналом (2.2), який має складнішу симетрію (анізотропію), ніж одиничні  $[\text{Ni}(\mathbf{L}_{\mathbf{r}})]$ .

Для переходу до динаміки вводимо звук  $u_{ij}(t)$  і фонони:

$$u(r, t) = \sum_k (b_k^+(t)e^{ikr} + b_k(t)e^{-ikr}), \quad [b_k, b_q^+] = \delta_{kq}. \quad (2.4)$$

Статика вводиться через термодинамічний потенціал (ТДП):

$$\Delta\Phi(u_{ij}) = [\lambda] \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{p}} \Gamma'(\mathbf{p})\mathbf{L}_{\mathbf{r}}^j \mathbf{L}_{\mathbf{r}+\mathbf{p}}^j u_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (2.5)$$

Вводимо термострикційну константу:

$$\lambda_{ij}(T) = \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{p}} \Gamma'(\mathbf{p}) \langle \mathbf{L}_{\mathbf{r}}^j \mathbf{L}_{\mathbf{r}+\mathbf{p}}^j \rangle. \quad (2.6)$$

Сумарний ТДП —

$$\Phi(\hat{u}) = \Delta\Phi + C_{ij}u_{ij}^2 / 2. \quad (2.7)$$

Варіювання його дає термострикцію:

$$u_{ij}(T) = \lambda_{ij}(T) / C_{ij} \quad (2.8)$$

для (GG-3).

Мікророзрахунки (БЕОС) для моря фононів  $b_q$  з Гамільтоніаном

$$H^b = \sum_q \hbar\omega_q b_q^+ b_q \quad (2.9)$$

почнемо для Ni (або Co), вводячи для OG зв'язок з фононами:

$$H^{\text{in}} = \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{p}} \lambda_{\mathbf{u}} \mathbf{L}_{\mathbf{r}}^j (b_{\mathbf{r}} + b_{\mathbf{r}}^+) \mathbf{L}_{\mathbf{r}+\mathbf{p}}, \quad \mathbf{L} = \{L_0^z + L_1^{xy}\}. \quad (2.10)$$

Усреднюємо (2.10) по частинах:

$$\begin{aligned} \langle H^{\text{in}} \rangle &= \lambda_0 \langle L_0^z L_0^z \rangle + \sum_{\mathbf{p}} \lambda(\mathbf{p}) \langle \mathbf{L}_{\mathbf{r}}^j \mathbf{L}_{\mathbf{r}+\mathbf{p}}^j \rangle = \\ &= \lambda_0 L_T^2 + \Delta\lambda(T) = \lambda_{33}(T), \quad \langle L_0^z \rangle = L_T. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Одержуємо анізотропію (GG-3) з константою

$$K \cong \lambda_{33} u_{33}. \quad (2.12)$$

### 3. ДИНАМІКА ТЕРМОСТРИКЦІЇ

Коливання ґратниці OG у звуковому полі  $\omega_k$  почнемо розглядати з випадку Ni. Елементи групи (GG-3):йон

$$H^L = \sum_k \Gamma_k L_k^+ L_k^- + \Gamma_0 L_0^z L_0^z, \quad [L_k^+, L_q^-] = 2L_0^z \delta_{kq} \quad (3.1)$$

у звуковому полі (фононів)

$$H^b = \sum_k \omega_k b_k^+ b_k, \quad [b_k^+, b_q] = \delta_{kq}. \quad (3.2)$$

Їхня взаємодія

$$H^{\text{in}} = \sum_{k,q} \gamma_q L_k^+ (b_k^+ L_{k-q}^- + b_k^- L_{k+q}^-), \quad \gamma_q \approx \Gamma_{kq} = [\nabla \Gamma(\mathbf{p}) \mathbf{u}_p]_{kq} \quad (3.3)$$

виражається на мові БЕОС через Грінові функції.

Вводимо для Грінових функцій

$$G_{kq}^b = \langle\langle b_k | b_q^+ \rangle\rangle \quad (3.4)$$

рівняння руху

$$(E - \omega_k) G_k^b - \sum_q \gamma_q G_{kq}^1 = \delta_{kq}, \quad G_k^1 = \langle\langle L_k^+ L_{k-q}^- | b_q^- \rangle\rangle \quad (3.5)$$

і далі

$$(E - \Gamma_k + \Gamma_{k-q}) G_k^1 - \sum_{p'} \gamma_{p'} G_{kqp'}^2 = 0 \quad (3.6)$$

через Грінову функцію другого порядку

$$G_{kqp}^2 = \langle\langle L_p^+ L_{k+q-p}^z L_{k-q}^- b_k | b_p^+ \rangle\rangle. \quad (3.7)$$

Її апроксимуємо:

$$G^2 \cong L N_p^m \delta_{p,k-q} G_{kq}^0. \quad (3.8)$$

Підставляємо (3.8) в (3.6) і далі в (3.5).

Перенормуємо частоти звуку (OG):  $\omega_k \rightarrow \omega_k + \Delta\omega_k$ ,

$$\Delta\omega_k = \sum_q (\gamma_q^2 / \Gamma_k) L_0 N_q^m, \quad (3.9)$$

де

$$N_q^m = \langle\langle L_q^- L_q^+ \rangle\rangle = \bar{N}_q J(\Gamma_q) \quad (3.10)$$

є функціонал числа станів власних хвиль ґратниці ОГ.

Вплив (3.9) на сонари є більш слабким, аніж магнетострикційний. Але вплив (3.10) на динамічні та кінетичні властивості Ni й інших металів (які мають ОГ) є істотним і має враховуватися.

#### 4. ТЕРМОСТРИКЦІЯ $U^{238}$

Парні елементи ( $L_{\uparrow}, L_{\downarrow}$ ) групи (GG-3) в стопах U типу U-Co [4] компенсують магнетний момент (спін  $S_r \rightarrow 0$ ) і зменшують магнетострикцію. Немагнетний  $U^{238}$  цим привабливий для техніки електрозвуку.

Елементи (GG-3)

$$H^L = \Gamma_0 L_{\uparrow 0}^z L_{\downarrow 0}^z + \sum_k \Gamma_k (L_{k\uparrow}^+ L_{k\downarrow}^+ + L_{k\uparrow}^- L_{k\downarrow}^-) \quad (4.1)$$

взаємодіють зі звуком ( $b_k, b_k^+$ ):

$$H^{in} = \sum_{k,q} \gamma_q(\mathbf{k}) (L_{q\uparrow}^+ b_k L_{q-k}^+ + L_{q\downarrow}^- b_k^+ L_{q-k}^-) \quad (4.2)$$

через Грінові функції. Рівняння для них —

$$G_k^0 = \langle\langle b_k | b_k^+ \rangle\rangle, \quad (E - \omega_k) G_k^0 + \sum_q \gamma_q G_{qk}^1 = 1, \quad (4.3)$$

де функція першого порядку —

$$G_{qk}^1 = \langle\langle L_{q\uparrow}^- L_{(q-k)\downarrow}^- | b_k^+ \rangle\rangle. \quad (4.4)$$

Маємо наступне рівняння:

$$(E - \Gamma_q - \Gamma_{q-k})^{-1} G_{qk}^{-1} - \sum_p \gamma_p G_{kp}^2 = 0. \quad (4.5)$$

Грінову функцію другого порядку, що входить в (4.5), апроксимуємо

$$G_{kp}^2 = \langle\langle [(L_{q\uparrow}^+ L_{(q+k)\downarrow}^+), (L_{p\uparrow}^- L_{(p+k)\downarrow}^-)] | b_p^+ | b_k^+ \rangle\rangle \quad (4.6)$$

після комутації.

#### 5. МЕЖІ ДОМЕН ҐАЛУА В ПОЛІ ЗВУКУ

На власні частоти  $E_k(j)$  кожної (GG- $j$ )-домени накладаються спектри руху стінки  $W_{ij}(r, t)$ . Виберемо  $W_{yz}(x)$  у вигляді площини, що розділяє ( $y, z$ )-домени. Її рух — вздовж  $(0z) y = 0$  ( $0 < x < \infty$ ).

Враховуючи локальну деформацію  $u_{zz}(z)$  домени (GG-3), вводимо константу анізотропії (одновісної)  $K \propto u_{33}(z)$ . За теорією доменних стінок [7] одержуємо товщину  $\delta_w(K)$  і енергію  $E_w$  стінки  $W_{yz}(x)$ :

$$\delta_w \cong (\Gamma / K)^{1/2}, \quad E_w \cong (\Gamma K)^{1/2} \cong m_w. \quad (5.1)$$

Для маси стінки  $m_w$  маємо рівняння її руху:

$$m_w \ddot{z} + \gamma \dot{z} + P_z = u_{zz}(t) \propto e^{i\omega t}, \quad (5.2)$$

де  $P$  — енергія стабілізації стінки на рівні.

Розв'язок (5.2)

$$z(t) = u_{zz}(t) / [(m_w \omega^2 - P) + \gamma \omega], \quad P = \omega_0^2 / m_w \quad (5.3)$$

виділяє власну частоту стінки  $\omega_0$  і її гальмування  $\gamma$ . Коливання стінки  $\omega \rightarrow \omega_0$  випромінюють звук з частотою  $\omega_0$  або резонансно поглинають його. Це основа роботи сонара на частоті  $\omega \rightarrow \omega_0$  (матеріал Ni). Матеріал  $U^{238}$  потребує більш чіткого розрахунку  $K(u_{zz})$  і буде розглянутий в іншому місці.

## 6. ВИСНОВКИ

1. Термострикція OG ( $\lambda_{ij}$ ) виражається через параметер  $L_T$  сегрегації орбітальних моментів  $L_r$  (GG-3) і густину їхніх збуджень  $E_q$ .
2. Домени сегрегацій (GG- $j$ ) групи Галуа ( $j$ ) мають власні коливання  $E_{qj}$ . Їхній зв'язок з фононами перенормує частоту звуку в області  $V_G$ , зайнятій доменою (GG- $j$ ), на  $\Delta\omega_k(E_{qj})$ .
3. Стінка  $W_{oj}$  між доменами ( $i, j = y, z$ ) кубічного металу має власні коливання  $E_w$ .
4. Власні коливання  $j$ -домен Галуа ( $E_{kj}$ ) і стінки між ними ( $W_{sj}$ )  $E_w$  можуть використовуватися для сонарів OG-природи.
5. Константа одновісної анізотропії  $j$ -домени Галуа (GG- $j$ ), визначається тензором термострикції  $\lambda$  і локальною деформацією  $u_{ij}$  домени  $j$  в об'ємі OG ( $V_j$ ).

## ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. С. В. Вонсовский, *Магнетизм* (Москва: Наука: 1971).
2. О. І. Міцек, В. М. Пушкар, *Металофіз. новітні технол.*, **45**, № 6, 717 (2023).
3. А. И. Мицек, *Фазовые переходы в кристаллах с магнитной структурой* (Киев: Наукова думка: 1989).
4. А. В. Дерягин, А. В. Андреев, *ЖЭТФ*, **71**, № 9: 1166 (1976).
5. Н. Чеботарев, *Основы теории Галуа* (Москва: Государственное технико-теоретическое издательство: 1934).
5. Дж. Займан, *Электроны и фононы* (Москва: Издательство иностранной литературы: 1962).
6. А. И. Мицек, В. Н. Пушкар, *Реальные кристаллы с магнитным порядком* (Киев: Наукова думка: 1978).

## REFERENCES

1. S. V. Vonsovsky, *Magnetizm* [Magnetism] (Moskva: Nauka: 1971) (in Russian).
2. O. I. Mitsek and V. M. Pushkar, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **45**, No. 6, 717 (2023) (in Ukrainian).
3. A. I. Mitsek, *Fazovyye Perekhody v Kristallakh s Magnitnoy Strukturoy* [Phase Transitions in Crystals with a Magnetic Structure] (Kiev: Naukova Dumka: 1989) (in Russian).
4. A. V. Deryagin and A. V. Andreev, *ZhETF*, **71**, No. 9: 1166 (1976) (in Russian).
5. N. Chebotarev, *Osnovy Teorii Galua* [Basics of Galois Theory] (Moskva: Gosudarstvennoye Tekhniko-Teoreticheskoye Izdatel'stvo: 1934) (in Russian).
5. J. M. Ziman, *Ehlektrony i Fonony* [Electrons and Phonons] (Moskva: Izdatel'stvo Inostrannoy Literatury: 1962) (in Russian).
6. A. I. Mitsek and V. N. Pushkar, *Real'nyye Kristally s Magnitnym Poryadkom* [Real Crystals with Magnetic Order] (Kiev: Naukova Dumka: 1978) (in Russian).